Vektorová funkcia skalárneho argumentu

Hodograf - množina koncových bodov vektora

Ak ku každému skaláru t možno priradiť vektor **A** z určitej oblasti vektorového priestoru, hovoríme, že **A** je vektorovou funkciou skalárneho argumentu

S vektorovými funkciami možno uskutočniť možno uskutočniť rovnaké matematické operácie ako so skalárnymi funkciami

$$\boxed{\vec{A} = A_x(t)\vec{i} + A_y(t)\vec{j} + A_z(t)\vec{k}}$$

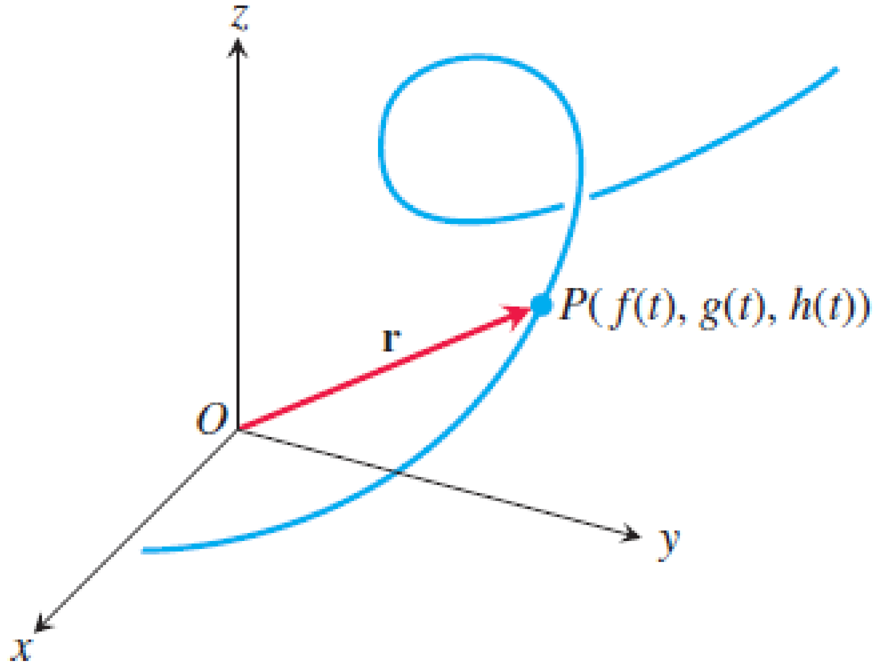
Konce vektora popisujú krivku $[A_x(t), A_y(t), A_z(t)]$ - hodograf

Vektorová funkcia skalárneho argumentu

Častá vektorová funkcia vo fyzike, kinematike
A=r, hodograf je trajektória bodu

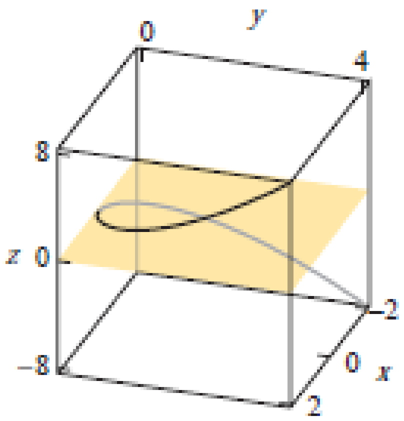
$$\boxed{\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}}$$

Skalárny parameter : φ,t,s....

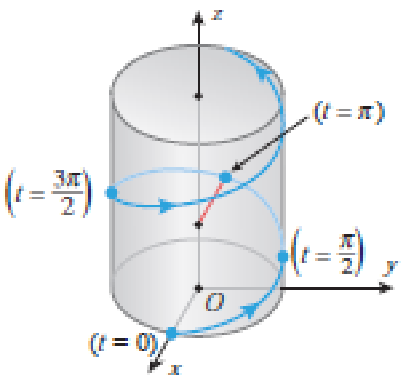


Vektorová funkcia skalárneho argumentu

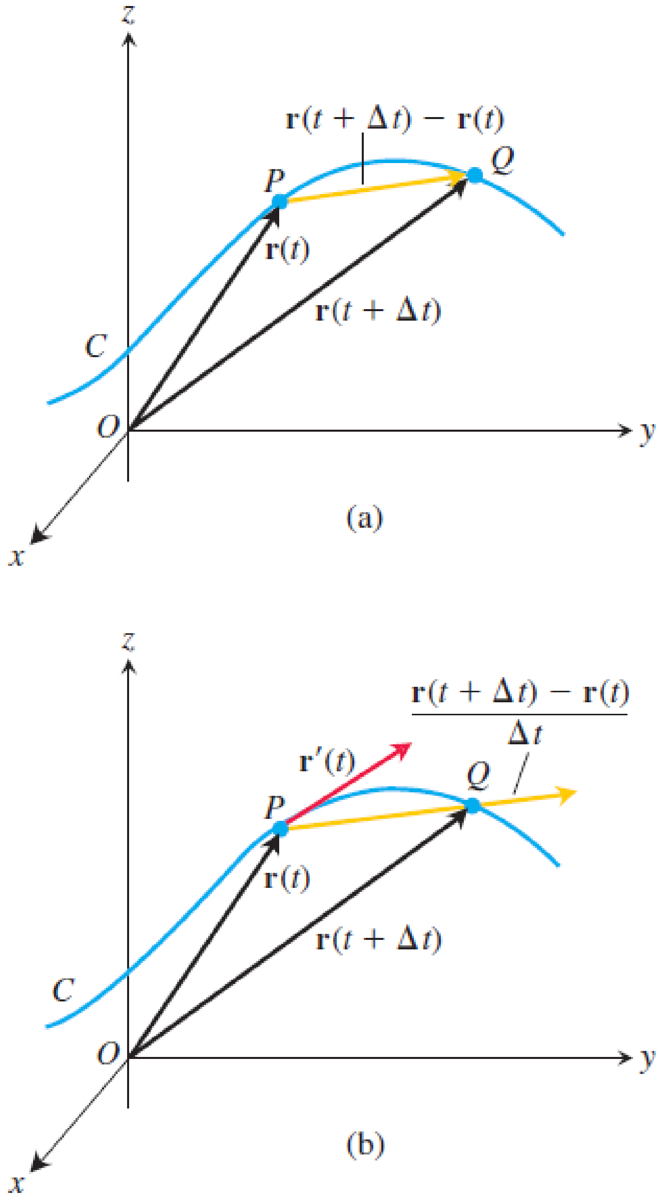
Hodograf - množina koncových bodov vektora



$$\vec{r}=(x,y,z)=\left(t,t^2,t^3\right)=t\vec{i}+t^2\vec{j}+t^3\vec{k}$$



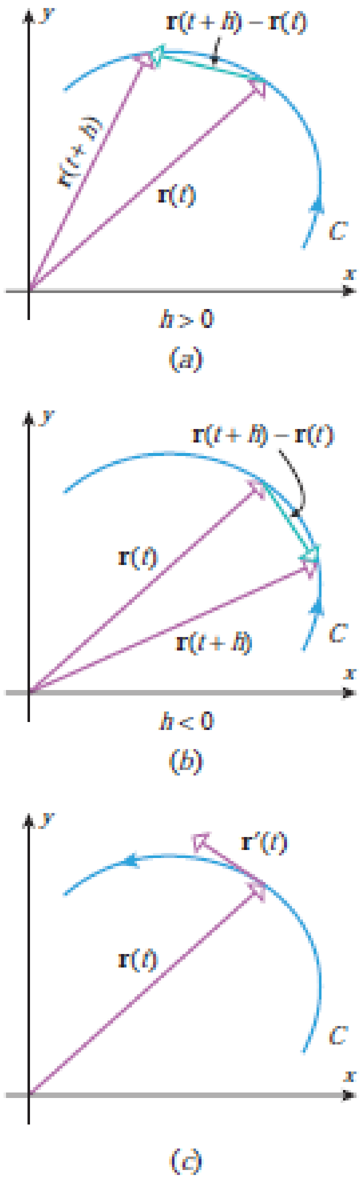
$$\vec{r}=(x,y,z)=(a\cos t,a\sin t,ct)=a\cos t\vec{i}+a\sin t\vec{j}+ct\vec{k}$$



$$\vec{r}' = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}\left(t+\Delta t\right) - \vec{r}\left(t\right)}{\Delta t}$$

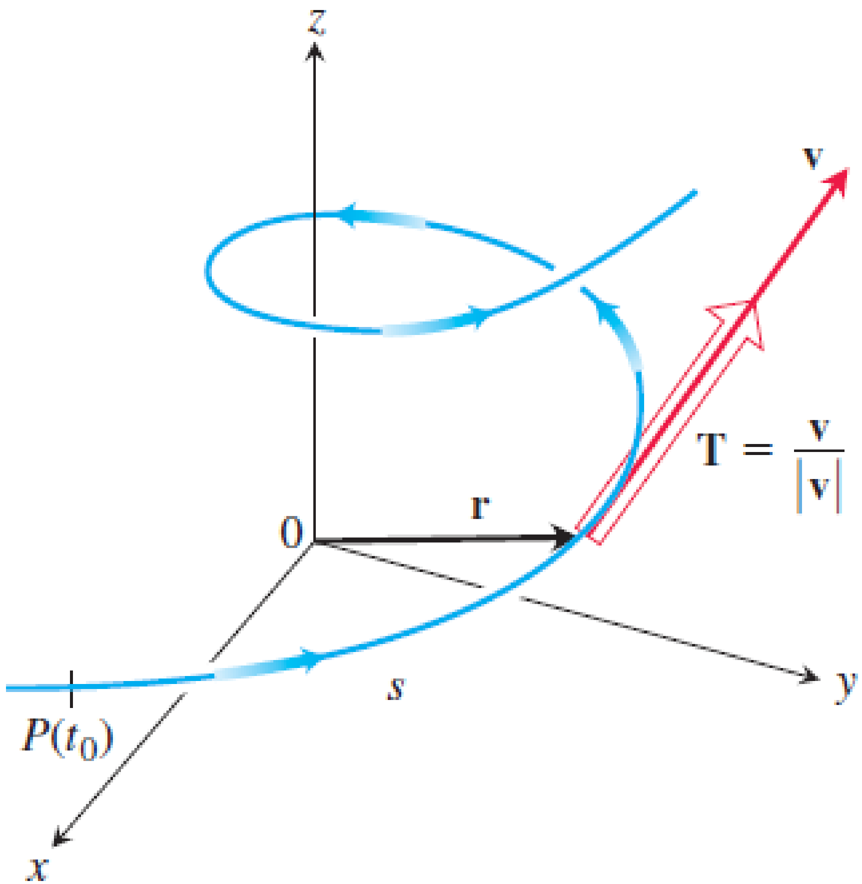
Derivovaný vektor $\vec{r}'$ má smer dotyčnice ku krivke C a je orientovaný v tom smere, v ktorom sa zväčšuje parameter t

Derivovanie vektorovej funkcie podľa parametra



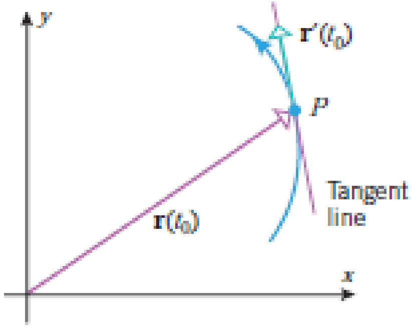
$$\vec{r}' = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Derivovaný vektor $\vec{r}'$ má smer dotyčnice ku krivke C a je orientovaný v tom smere, v ktorom sa zväčšuje parameter t



Vektor rýchlosti je dotyčnicou na trajektóriu častice, t.j. má smer tangenciálneho vektora.

Derivovanie vektorovej funkcie podľa parametra



$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{j} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

Derivovať vektorovú funkciu podľa parametra znamená derivovať jeho jednotlivé zložky podľa parametra

Pravidlá pre deriváciu vektorovej funkcie podľa parametra

$$\frac{d}{dt}\vec{C} = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt}k\vec{r} = k\frac{d}{dt}\vec{r}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\vec{r}_1 \pm \vec{r}_2\right] = \frac{d}{dt}\vec{r}_1 \pm \frac{d}{dt}\vec{r}_2$$

$$\frac{d}{dt}\left[f(t)\vec{r}\right] = f(t)\frac{d}{dt}\vec{r} + \vec{r}\frac{d}{dt}f(t)$$

Integrovanie

$$\boxed{\vec{r}(t) = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j} + h(t)\vec{k}}$$

$$\boxed{\int \vec{r}(t)\,dt = \vec{R}(t) + \vec{C}}$$

$$\boxed{\int_a^b \vec{r}(t)\,dt = \left[\int_a^b f(t)\,dt\right]\vec{i} + \left[\int_a^b g(t)\,dt\right]\vec{j} + \left[\int_a^b h(t)\,dt\right]\vec{k}}$$

Derivovanie vektorovej funkcie podľa parametra, ak veľkosť vektora je konštantná

$$\vec{r} \bullet \vec{r} = konst \Rightarrow \vec{r} \perp \vec{v}$$

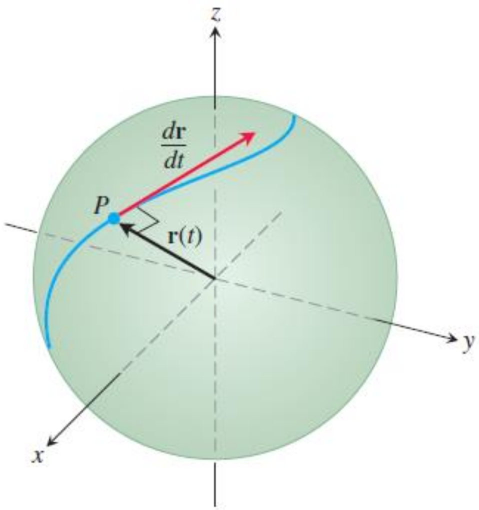
$$\vec{r} \bullet \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$$

Jednotkový vektor je kolmý na vektor, ktorý vznikol jeho derivovaním.

Po zderivovaní vektora podľa parametra, bude tento vektor kolmý na pôvodný vektor ak sa jeho veľkosť nemení

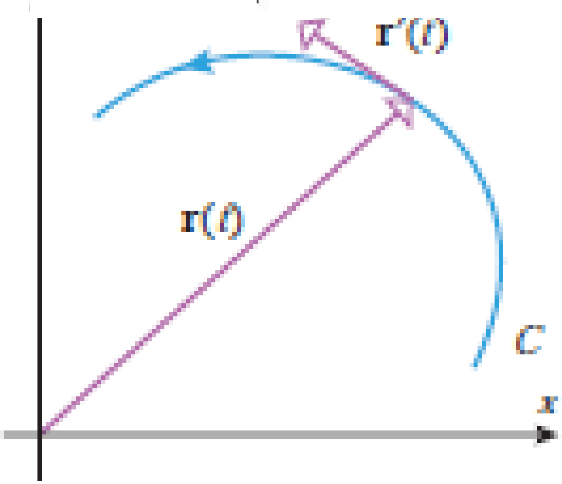
Analogicky : $\left|\vec{v}\right| = konst \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{a}$

Zhrnutie



$$\vec{r}^{\,0} \perp \frac{d\vec{r}^{\,0}}{dt}$$

Jednotkový vektor je kolmý na vektor, ktorý vznikol jeho derivovaním.



$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}\left(t+\Delta t\right) - \vec{r}\left(t\right)}{\vec{r} \quad \Delta t}$$

Derivovaný vektor $d\vec{r}/dt$ má smer dotyčnice ku krivke C a je orientovaný v tom smere, v ktorom sa zväčšuje parameter t