

## 17 GNOZEOLÓGICKÉ OTÁZKY KVANTOVEJ MECHANIKY

### 17. 1 ÚVOD

Klasická mechanika je kauzálnou a deterministickou teóriou. Kauzálna je v tom, že z presnej a úplnej informácie o stave sústavy v čase  $t_0$  (z presne určených súradníc a hybností všetkých častíc sústavy v čase  $t_0$ ) pohybové rovnice jednoznačne predpovedajú stav sústavy v čase  $t \pm t_0$ . Deterministická je v tom, že pri danom stave sústavy vieme jednoznačne určiť hodnotu ľubovoľnej veličiny (ktorú na tejto sústave možno merať) a túto hodnotu možno, aspoň v princípe, zmerať s ľubovoľnou presnosťou a bez toho, aby sme zmenili stav sústavy. Kvantová mechanika je kauzálna a indeterministická. Jej kauzálnosť je v tom, že z úplnej informácie o stave sústavy v čase  $t_0$ , zachytenej v stavovom vektore  $|\psi(t_0)\rangle$ , môžeme pomocou časovej Schrödingerovej rovnice jednoznačne predpovedať stav sústavy v čase  $t > t_0$ . Úplnú informáciu o stave sústavy možno získať súčasným určením vlastných hodnôt určitého úplného súboru komutujúcich operátorov priradených istým fyzikálnym veličinám.

Pri danom stave sústavy  $|\psi(t)\rangle$  kvantová mechanika nedáva jednoznačné predpovede pre výsledky presných meraní všetkých fyzikálnych veličín. Namiesto toho len určuje aké hodnoty danej veličiny možno pri presnom meraní nájsť a aké sú pravdepodobnosti pre nameranie jednotlivých hodnôt. V tom je indeterminizmus kvantovej mechaniky.

Podstatné rozdiely medzi klasickou a kvantovou mechanikou sú aj v chápaní procesu merania. V klasickej mechanike, ako sme už hovorili, možno v princípe zmerať ľubovoľnú fyzikálnu veličinu presne, bez toho, aby sme podstatne ovplyvnili stav sústavy. V kvantovej mechanike pri meraní vo všeobecnosti nastáva zmena stavu sústavy a túto zmenu nemožno urobiť ľubovoľne malou. Navyše, v klasickej fyzike možno interakciu medzi študovanou sústavou a meracím prístrojom opísať samotnou klasickou mechanikou, zatiaľ čo v kvantovej mechanike zmena stavu pri meraní nie je opísaná Schrödingerovou rovnicou.<sup>258</sup>

Indeterminizmus kvantovej mechaniky i jej opis procesu merania súvisia priamo s otázkami o možnostiach a úlohách fyzikálneho opisu prírody a tým aj s gnozeológiou (teóriou poznania).

---

<sup>258</sup> O pokusoch opísať zmenu stavu pri meraní pomocou kvantovej mechaniky budeme ešte hovoriť v ďalšom.

V tejto kapitole podávame prehľad snáh fyzikov o hlbšie pochopenie indeterminizmu kvantovej mechaniky a mechanizmu procesu merania, t. j. procesu, pri ktorom sa z viacerých možných výsledkov realizuje iba jeden.

O gnozeologických otázkach kvantovej mechaniky, ležiacich na hranici fyziky a filozofie sa viedli dlhé a často vášnivé diskusie. Práce niektorých fyzikov sa čítajú ťažko, pretože v novej situácii si vytvorili nový, nie vždy ľahko zrozumiteľný jazyk. Niektorí filozofi zase polemizovali bez dostatočnej znalosti fyziky a ich argumentom potom tiež ťažko rozumieť.

Prevažná väčšina fyzikov, filozofujúcich fyzikov i filozofov uznáva dnes *kodanskú interpretáciu*<sup>259</sup> kvantovej mechaniky<sup>260</sup> vychádzajúcu z myšlienok Bohra, Heisenberga, Pauliho, Rosenfelda a ďalších. Jej materialistická formulácia pochádza od V. A. Foka. Nemožno však hovoriť o absolútnej jednote názorov a vo fyzike by to ani nebolo osožné. Autori tejto učebnice sú toho názoru, že kodanská interpretácia je v podstate správna a treba ju brať ako východisko pri analýze gnozeologických otázok kvantovej mechaniky.

V tejto kapitole sa najprv oboznámime s kodanskou interpretáciou a potom, pre úplnosť, uvedieme i názory, ktoré ju považujú za neúplnú. Zdôraznime ale, že pri serióznejšom štúdiu týchto otázok treba nevyhnutne čítať pôvodné práce, výklad z druhej ruky ich nemôže nahradiť – v najlepšom prípade poskytne čitateľovi určitú orientáciu<sup>261</sup>.

Poznamenajme ešte, že kvantová mechanika nemá žiadne problémy s „interpretáciou v užšom zmysle“ a pri jej praktickom používaní nevznikajú žiadne ťažkosti. V úvodnej učebnici kvantovej mechaniky sme sa „interpretáciou v širšom zmysle“ mohli celkom vyhnúť. Ak však chápeme fyziku ako podstatnú časť súčasnej kultúry a civilizácie, potom gnozeologické otázky treba aspoň spomenúť.

## 17.2 BOHROVE NÁZORY. KODANSKÁ INTERPRETÁCIA

Gnozeologické problémy kvantovej mechaniky sa sústreďujú okolo dvoch tesne súvisiacich otázok. Pravdepodobnostnej interpretácie stavu a zmeny stavu sústavy pri meraní. Pripomeňme stručne typickú situáciu.

Najprv prvý prístroj pripraví v čase  $t_0$  sústavu v stave  $|\psi(t_0)\rangle \equiv |\psi_0\rangle$ . Potom sa sústava vyvíja v čase podľa SchR a v čase  $t$  je v stave  $|\psi(t)\rangle \equiv |\psi\rangle$ . V čase  $t$

<sup>259</sup> Názov je snád' nepresný ale ustálený. Fyzikálna teória sa skladá z matematického formalizmu a z jeho interpretácie. Termín interpretácia tu chápeme v užšom zmysle a rozumieme pod nim priradenie fyzikálneho významu matematickým pojmom, symbolom a vzťahom. V spojeniach ako „kodanská interpretácia kvantovej mechaniky“ chápeme termín „interpretácia“ v širšom zmysle, zhruba odpovedajúcom výstižnejšiemu spojeniu gnozeologické otázky kvantovej mechaniky.

<sup>260</sup> Namiesto o „kodanskej“ sa často hovorí o „ortodoxnej“ interpretácii kvantovej mechaniky. Obidva termíny budeme používať ako synonyma.

<sup>261</sup> Veľmi dobrý prehľad pôvodnej literatúry možno nájsť v článku De Witt, B. S. – Graham, R. N.: Amer. J. Phys. 39, 1971, s. 724.

meriame druhým prístrojom fyzikálnu veličinu  $B$  reprezentovanú operátorom  $\mathbf{B}$ . Pravdepodobnosť namerať vlastnú hodnotu  $b$  operátora  $\mathbf{B}$  je daná výrazom  $|\langle b|\psi\rangle|^2$ , kde  $|b\rangle$  je vlastný vektor operátora  $\mathbf{B}$  príslušný k vlastnej hodnote  $b$ . Táto schéma opisuje dokonale všetky doteraz urobené experimenty a pre praktické účely je celkom dostatočná. Pri hlbšom zamyslení sa však objavia viaceré otázky o tom, aký je vzťah pravdepodobnostných predpovedí kvantovej mechaniky a reálnych výsledkov meraní, čo sa stane so sústavou pri meraní, čo vlastne opisuje stavový vektor  $|\psi\rangle$  a čo za celou schémou väzí. Niektoré z takýchto otázok sú: Je  $|\psi\rangle$  opisom stavu danej sústavy, alebo je to len pojem charakterizujúci výsledky meraní? Ak nájdeme vlastnú hodnotu  $b$  je to objektívny fakt, alebo vnem pozorovateľa? Čo sa deje so sústavou, keď pri meraní prechádza zo stavu  $|\psi\rangle$  do stavu  $|b\rangle$ ? Opisuje  $|\psi\rangle$  individuálnu sústavu, napr. atóm vodíka, alebo len súbor sústav, na ktorých merania prevádzame? Takéto a podobné otázky trápili fyzikov už pri vzniku kvantovej mechaniky a stali sa ešte naliehavejšími po tom, čo sa ukázalo, že kvantová mechanika dokonale opisuje experimentálne výsledky atómovej fyziky a spoľahlivo predpovedá nové javy.

Prvou systematickou odpoveďou na celý tento okruh otázok bola kodanská interpretácia, v ktorej základnou zložkou boli názory Nielsa Bohra. S jeho jednotlivými formuláciami možno nesúhlasiť – najmä vtedy ak sú vytrhnuté z kontextu – ale celkový obraz vytvorený Bohrom je hlboko premyslený. Bohrova analýza sa opiera o niekoľko kľúčových myšlienok.

- A. Nutnosť opisu prístrojov klasickým jazykom.
  - B. Nedeliteľnosť javu v kvantovej oblasti, tzv. kvantová celistvosť javu.
  - C. Komplementarita.
- Všimnime si ich teraz v uvedenom poradí.

## A Opis prístrojov klasickým jazykom

Bohr prisudzoval veľký význam otázkam jazyka používaného pri opise kvantových javov. Experimentálne zariadenia pripravujúce mikroobjekty v určitých stavoch i zariadenia, pomocou ktorých prevádzame merania, musia byť opísané tak, aby experimenty bolo možné na základe tohto opisu postaviť znova a aby výsledky boli reprodukovateľné. Odtiaľto Bohr prišiel k záveru, že pri opise prístrojov treba používať jazyk klasickej fyziky. Toto, samozrejme neznamená, že by prístroj bol necitlivý na kvantové vlastnosti mikrosústav. Napríklad pri zhotovovaní fotografickej platne zadávame hrúbku sklenenej podložky a hrúbku a zloženie emulzie. Platňa, hoci opísaná takýmto klasickým jazykom je „citlivá“ na kvantové vlastnosti mikroobjektov – napríklad v tom, že registruje fotóny modrého svetla s väčšími energiami a neregistruje fotóny červeného svetla s menšími energiami.

Takýto pohľad na opis makroskopických sústav nie je celkom cudzí ani klasickej fyzike. V štatistickej fyzike, napríklad, charakterizujeme stav plynu v nádobe pomocou makroskopických, „klasických“ parametrov ako objem, tlak, teplota,

vnútorná energia atď. a nesnažíme sa opísať stav plynu tak, že by sme zadávali polohy a hybnosti jednotlivých častíc. Stav plynu charakterizovaný makroskopickými „klasickými“ veličinami je reprodukovateľný, zatiaľ čo stav plynu opísaný pomocou polôh a hybností všetkých molekúl plynu by určite reprodukovateľný nebol. S makroskopickým prístrojom je to analogické, jeho opis pomocou klasických charakteristík umožňuje reprodukciu prístroja, zatiaľ čo prístroj opísaný vlnovou funkciou závislou od všetkých stupňov voľnosti prístroja by sa podľa tohto opisu prakticky nedal skonštruovať.

## B Kvantová celistvosť javu

V každom experimente interaguje sústava, pre ktorú je kvantum prenesenej energie podstatné, s prístrojmi opísanými jazykom klasickej fyziky. Pri klasickom opise prístrojov je kvantum energie nepodstatné. Každú časť interagujúcich sústav (mikrosústava a prístroj) opisujeme takto iným jazykom. V tejto situácii Bohr trval na tom, aby celá sústava, skladajúca sa z mikrosústavy a z prístroja, bola chápaná ako jediný nedeliteľný celok. Pod termínom „jav“, ktorý sa často vyskytuje v Bohrových spisoch, treba chápať výsledok experimentu zahrňujúci aj opis celého experimentálneho zariadenia.

Toto chápanie „javu“ znamená, že elektrónu, atómu vodíka, či inej mikrosústave, možno pripisovať určité vlastnosti (hybnosť, polohu, energiu, ...) *len* v rámci opisu celého javu, zahrňujúceho aj opis experimentálneho zariadenia a nemožno hovoriť o vlastnostiach mikrosústavy „ako takej“ (vo filozofickej terminológii „an sich“) t. j. bez súčasného opisu celého experimentálneho zariadenia.

Bohrov názor tu možno podporiť dvoma argumentmi. Po prvé, vlastnosti elektrónu ako hybnosť a poloha vychádzajú z pojmov klasickej fyziky vytvorenej pri *analýze* pohybu makroskopických telies. Niet dôvodov predpokladať, že tieto pojmy možno všeobecne používať aj pre charakterizovanie stavu mikrosústavy. Makroskopický prístroj je ale konštruovaný tak, aby výsledky bolo možné opísať jazykom klasickej fyziky (pozri diskusiu v bode A), a preto môžeme výsledky interakcie mikrosústavy a prístroja opísať pomocou hybnosti, energie, či súradnice mikrosústavy.

Po druhé, ani nekvantovej fyzike nie je celkom cudzia myšlienka o nemožnosti opisu sústav samých o sebe bez vzťahu k okolitému svetu (filozofi hovoria „an sich“). Podľa Machovho princípu, ktorý zohral istú stimulujúcu úlohu pri vzniku všeobecnej teórie relativity, zotrvačná hmotnosť telesa nie je vlastnosťou tohto telesa samého o sebe, ale je daná jeho interakciou s rozložením hmotnosti vo vesmíre. Vo všeobecnej teórii relativity nemožno tiež uvažovať pohyb voľnej častice „an sich“, lebo „voľná“ častica sa pohybuje po geodetických čiarach v priestore, ktorého metrika je určená rozdelením hmotnosti.

Vo fyzike je známych veľa situácií, v ktorých vlastnosti častice závisia od toho v akom prostredí sa nachádza. Napr. elektrón v polovodiči má vďaka interakcii

s prostredím inú efektívnu hmotnosť ako voľný elektrón a v elektrolyte sa elektrón môže spojiť s neutrálnym atómom na ión, čím vzniká častica s úplne inou hmotnosťou a s úplne iným rozložením náboja. Vždy ale možno nájsť situáciu, keď je elektrón voľný a vplyvy prostredia chápať ako isté zmeny k vlastnostiam voľného elektrónu. V Bohrovom chápaní mikroobjektov nemá zmysel hovoriť o mikroobjekte „an sich“, lebo takýto objekt s ničím neinteraguje a nijak sa neprejavuje a o jeho vlastnostiach sa dá hovoriť len v kontexte interakcie s určitým klasicky opísaným prístrojom.<sup>262</sup>

Bohrovi sa niekedy vyčítalo, že bol pozitivistom, práve pre dôraz na celistvosť a nedeliteľnosť „javu“. Táto námietka je ale neoprávnená. V pozitívizme je základom tiež elementárny „jav“, ale toto slovo má iný význam. Pozitivistický „jav“ je elementárnym vnemom pozorovateľa, Bohrov „jav“ je objektívnym výsledkom interakcie prístroja a mikrosústavy. Z pozitivistického hľadiska je Bohrov „jav“ niečím veľmi komplikovaným a vôbec nie elementárnym. Vidno to už z toho, že na opis prístroja je treba jazyk klasickej fyziky; existencia istej pojmovej štruktúry je teda pre Bohrov „jav“ nevyhnutná.

### C Komplementarita

V klasickej fyzike meranie môže byť spojené s tak malým prenosom energie medzi meranou sústavou a prístrojom, že výmenu energie možno zanedbať. Sústavu možno chápať vždy ako jediný celok a možno jej prisúdiť určité vlastnosti bez ohľadu na to, že interaguje s inými sústavami, alebo meracím prístrojom. V kvantovej mechanike je situácia odlišná. Sústava spolu s experimentálnym zariadením tvorí jediný „jav“ a o vlastnostiach sústavy možno hovoriť len v súvislosti s istou experimentálnou situáciou.

Niet žiadnych dôvodov na to, aby o „javoch“ v mikrosústavách bolo možné hovoriť klasickým jazykom. Ukazuje sa však, že niektoré „javy“ (v Bohrovom zmysle) možno opísať tak, že hovoríme o mikrosústave a priradíme jej určité klasické vlastnosti. Pritom jej ale nemožno pripísať všetky klasické vlastnosti, potrebné pre úplný opis analogickej sústavy v klasickej mechanike. Napríklad pri istých „javoch“ sa elektrón správa ako vlna, pri iných „javoch“ ako klasická častica.

Pod komplementaritou vo všeobecnosti rozumieme tvrdenie, podľa ktorého veličiny, potrebné na úplné opísanie sústavy v klasickej fyzike nemožno použiť bez obmedzení a súčasne pri opise kvantovej sústavy.

Ako príklad možno uviesť súradnicu a hybnosť, ktoré v klasickej mechanike úplne opisujú stav častice. Pre kvantovú sústavu je ich súčasné použitie obmedzené Heisenbergovým vzťahom neurčitosti. Mimochodom, v systéme Bohrových názov-

<sup>262</sup> Situáciou, kde lipnutie na možnosti rozumného opisu objektu „an sich“ komplikuje chápanie problému sú renormalizácie v kvantovej teórii poľa. Tam sme totiž „holému“ elektrónu („an sich“) nútení pripísať patologické vlastnosti – ale takýto „holý“ elektrón neexistuje.

rov by snáď bolo vhodnejšie hovoriť o princípe súčasnej nepoužiteľnosti klasických pojmov súradnice a hybnosti pre kvantovú sústavu.

Bohr často uvádzal ako príklad komplementaritu medzi opisom kvantovej sústavy pomocou klasického determinizmu a pomocou zákonov zachovania energie a hybnosti. V prvom prípade treba použiť zariadenie, ktoré spojitou meria trajektóriu častice. Vtedy ale nemôžeme (na tom istom zariadení) merať súčasne hybnosť častice (a preto nemôžeme určiť presne ani jej energiu).

Pretože centrálnym pojmom Bohrovej interpretácie je nedeliteľný „jav“ a opis kvantovej sústavy je možný len v rámci princípu komplementarity, Bohr odmietal názorný opis kvantovej sústavy „o sebe“.

Mnohé nedorozumenia okolo Bohrových názorov a kodanskej interpretácie vznikajú vtedy, keď sa o mikrosústave hovorí ako o izolovanej a nedodržiava sa dôsledne Bohrovo chápanie „javu“. Pri obraznom opise kvantovej celistvosti javu sa potom používajú termíny ako „narušenie sústavy pozorovaním“, alebo „priradenie fyzikálnych vlastností atómovým objektom pozorovaním“, ktoré zdôrazňujú úlohu pozorovania a pozorovateľa a vedú k nedorozumeniam na filozofickej úrovni.

Pri čítaní Bohrových prác dostupných v ruskom preklade Bohrových zobraňných spisov<sup>263</sup> si treba dávať pozor na význam jednotlivých pojmov, menovite na používanie pojmu „jav“. Bohrov jazyk je potom trochu odlišný od toho, na ktorý sme zvyknutí z klasickej fyziky, kde vždy možno hovoriť o častiach sústavy ako o relatívne samostatných.

Práce ostatných autorov, zahrňovaných do „kodanskej interpretácie“ používajú spravidla jazyk bližší klasickej fyzike. Ukazuje sa, že o mikrosústave možno hovoriť konzistentne aj tak, že stavový vektor  $|\psi\rangle$  označuje potenciálne možnosti a skutočný výsledok merania predstavuje realizáciu jednej z týchto možností (Heisenberg, Fok).

Všetky varianty kodanskej interpretácie považujú ale stavový vektor za úplný opis jedinej mikrosústavy a sú proti tomu, aby  $|\psi\rangle$  opisovalo iba súbor mikrosústav. Rozhodnutie tu nemožno dostať experimentálne, lebo  $|\psi\rangle$  vedie len k pravdepodobnostiam pre experimentálne výsledky a tie možno verifikovať len na súbore údajov. Spojenie  $|\psi\rangle$  priamo s jedinou mikrosústavou možno motivovať nasledujúcimi argumentmi:

a) Bezčasová SchR  $H|\psi_k\rangle = E_k|\psi_k\rangle$  určuje hodnoty energie jedinej mikrosústavy (napr. atómu vodíka),

---

<sup>263</sup> Bohr, N.: Izbrannyje naučnyje trudy I. a II. díel. Moskva, 1971, redakčný kolektív: I. E. Tamm, V. A. Fok, V. G. Kuznecov.

Zvlášť upozorňujeme čitateľa na Bohrov článok o diskusiách s Einsteinom o interpretácii kvantovej mechaniky. Zdá sa, že to bol „intelektuálny súboj storočia“. U nás je dostupný v ruskom preklade Bohrových zobraňných spisov.

b) argumenty založené na vzťahu neurčitosti ľahko vedú k odhadom energie základného stavu pre jednoduché systavy (atóm vodíka, lineárny harmonický oscilátor). Vzťah neurčitosti tu tesne súvisí s opisom jedinej mikrosústavy.

c) výsledky interferenčných pokusov ukazujú, že každá častica dopadajúceho zväzku interferuje „sama so sebou“. Vlnová funkcia v tomto zmysle kontroluje správanie sa jedinej častice,

d) interpretácia  $|\psi_k\rangle$  ako opisu súboru vedie prirodzene k teóriám so skrytými parametrami. Lokálne teórie so skrytými parametrami sú však v protiklade s experimentom, ako ešte uvedieme v ďalšom.

Dlhé a nevelmi plodné diskusie o filozofických otázkach kvantovej mechaniky v päťdesiatych rokoch boli ukončené autoritatívnym článkom<sup>264</sup> V. A. Foka, v ktorom boli materialisticky formulované názory N. Bohra a ďalších autorov zahrňovaných do kodanskej školy<sup>265</sup>.

### 17.3 PARADOX EINSTEINA, PODOLSKÉHO A ROSENA

Podľa kodanskej interpretácie je vlnová funkcia úplným opisom individuálnej mikrosústavy. Einstein považoval kvantovú mechaniku za neúplnú teóriu. Ku konfrontácii názorov Bohra a Einsteina došlo najvýraznejšie pri diskusiách na Solvayských kongresoch<sup>266</sup> a pri diskusii o *paradoxe Einsteina, Podolského a Rosena (EPR paradox)*,<sup>267</sup> Pri diskusii sa ukázala konzistentnosť Bohrovej pozície, ale zároveň boli zdôraznené typické korelácie kvantových sústav, ktorým sa aj dnes venuje veľa pozornosti.

Článok Einsteina, Podolského a Rosena má názov: Možno považovať kvantovomechanický opis fyzikálnej reality za úplný? a autori sa snažia ukázať, že odpoveď na túto otázku je záporná.

Začneme tým, že uvedieme niektoré základné myšlienky EPR práce vo voľnom preklade.

„V úplnej fyzikálnej teórii je každému elementu reálnosti priradený určitý element teórie. Dostatočnou podmienkou reálnosti určitej fyzikálnej veličiny je možnosť predpovedať s určitosťou túto veličinu, bez toho, aby sme narušili sústavu... zdá sa nám, že od každej úplnej teórie treba požadovať nasledujúce: každý element fyzikálnej reality musí mať odraz vo fyzikálnej teórii. Toto budeme nazývať podmienkou úplnosti.“

<sup>264</sup> Slovenský preklad Fokovho článku je v zborníku Filozofické problémy súčasnej fyziky a astronómie, red. M. Petráš, R. Zajac, M. Zigo, Bratislava, 1962.

<sup>265</sup> Heisenbergove názory možno nájsť v jeho knihe *The Physical Principles of Quantum Theory*. Chicago 1930, a v článkoch v zborníkoch *Niels Bohr and the Development of Physics*, ed. W. Pauli, London, 1955 (ruský preklad 1958) *Niels Bohr, His Life and Work*. Amsterdam, 1967 (ruský preklad 1967).

<sup>266</sup> Diskusie Bohra a Einsteina na Solvayských kongresoch sú zhrnuté v Bohrovom už citovanom článku.

<sup>267</sup> Pôvodná práca je dostupná v III. dieli ruského vydania Einsteinových zohraných spisov. Einstein, A.: *Sobranije naučnych trudov*. Moskva, 1967.

Ďalej autori uvádzajú argumenty pre to, že kvantová mechanika nespĺňa túto podmienku úplnosti. Namiesto príkladov spomínaných EPR uvidíme tu príklad pochádzajúci od Bohma.

Predstavme si metastabilnú sústavu s nulovým spinom, skladajúcu sa z dvoch častíc so spinom 1/2. Spinová vlnová funkcia metastabilného stavu bude

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{u_z(+)v_z(-) - u_z(-)v_z(+)\} \quad (1)$$

kde  $u_z(+)$  je spinor, opisujúci stav prvej častice s priemetom spinu na os  $z$  rovným  $+1/2$ . Spinory  $v$  sa vzťahujú na druhú časticu a ostatné označenie je zřejmé.

Výber osi  $z$  je ale ľubovoľný a vlnovú funkciu  $\psi$  môžeme zapísať viacerými spôsobmi odpovedajúcimi rôznym výberom osi pre kvantovanie priemetu spinu prvej a druhej častice. Keby sme napríklad za takúto os vybrali os  $x$  mohli by sme napísať  $\psi$  v tvare

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{u_x(+)v_x(-) - u_x(-)v_x(+)\} \quad (2)$$

Vyjadrenia (1) a (2) sú plne ekvivalentné. Môžeme sa o tom presvedčiť priamo, ak  $u_x(+)$ ,  $u_x(-)$  atď. vyjadríme pomocou  $u_z(+)$ ,  $u_z(-)$  atď. a dosadíme do (2). Dostaneme tak (1) a naopak. Podobne by sme mohli vyjadriť  $\psi$  pomocou spinorov s určitým priemerom na ľubovoľnú os  $n$ . Takto by sme dostali

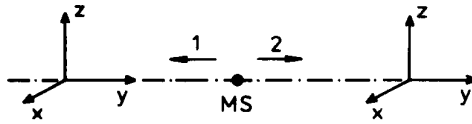
$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{u_n(+)v_n(-) - u_n(-)v_n(+)\} \quad (3)$$

Teraz prejdeme k argumentácii typu EPR. Predpokladajme, že po určitom čase sa metastabilná sústava rozpadne. Priemety spinov vyletujúcich častíc môžeme merať vhodne natočenými Sternovými-Gerlachovými prístrojmi (SG). Ak nehomogenita magnetického poľa má smer osi  $n$ , potom meriame priemet spinu do smeru  $n$ . (obr. 17.1)

Ak meriame priemet spinu prvej častice do smeru  $z$  a nameriame hodnotu  $+1/2$ , vieme z rovnice (1), že častica 2 musí mať priemet spinu na os  $z$  rovný  $-1/2$ . Podstatné je ale to, že druhú časticu nemeríme, hodnotu priemetu jej spinu do smeru  $z$  poznáme z informácie o stave  $\psi$  pred meraním a z merania priemetu spinu prvej častice. Toto je predpoveď štandardnej kvantovej mechaniky. Podľa svojho kritéria reálnosti EPR usudzujú, že existuje element reálnosti odpovedajúci priemetu spinu druhej častice do osi  $z$ .

Meranie toho istého rozpadu sme ale mohli urobiť aj tak, že by prístroj SG1 bol natočený v smere osi  $x$ . Ako výsledok merania priemetu spinu častice 1 by sme dostali, povedzme, hodnotu  $1/2$  a bez toho, že by sme merali časticu 2 by sme vedeli, že priemet jej spinu na os  $x$  je  $-1/2$ .





Obr. 17.1. Pri rozpade metastabilného stavu MS a celkovým nulovým spinom vznikajú dve častice so spinom  $1/2$ , pohybujúce sa smerom k Sternovým-Gerlachovým prístrojom  $SG_1, SG_2$

Merania pritom môžeme uskutočňovať SG prístrojom vzdialeným 1 km alebo 100 km od oblasti, kde sa nestabilná sústava rozpadla a natočenie prístroja  $SG_1$  môžeme urobiť až po rozpade metastabilnej sústavy.<sup>268</sup> EPR takto usudzujú, že zároveň existuje element reálnosti odpovedajúci priemetu spinu druhej častice na os  $x$  a element reálnosti odpovedajúci priemetu spinu tejto častice na os  $z$ . Opis spinu častice v kvantovej mechanike ale nepozná stav, pri ktorom by bol súčasne určený presne priemiet spinu na os  $z$  i na os  $x$ . (Je to tým, že  $s_x, s_z$  nekomutujú a nemajú spoločný vlastný vektor).

EPR takto usudzujú, že kvantová mechanika nie je úplnou teóriou.

Na paradox EPR odpovedal Bohr v článku, ktorý čitateľ môže nájsť v II. dieli ruského vydania Bohrových zobraňovaných spisov (str. 180). Bohr jednoznačne odmieta záver EPR a jeho analýza myšlienkového experimentu EPR vychádza zo základných myšlienok Bohrovej interpretácie, o ktorej sme už hovorili. Podľa Bohra treba za realitu v oblasti kvantových procesov považovať „jav“ v Bohrovom zmysle, teda opis celého experimentu zahrňujúci aj klasický opis prístrojov. Paradox EPR vzniká vtedy, ak kombinujeme do jediného obrazu reality dva rôzne „javy“ (t. j. dva rôzne experimenty). Každý z týchto experimentov odhaľuje jednu z dvoch komplementárnych stránok, ale nemôžeme urobiť experiment, ktorý by ukázal obidva tieto dopĺňajúce sa javy naraz. Uvedieme preklad časti z citovaného Bohrovho článku: „Paradox (EPR) v skutočnosti ukazuje len nevhodnosť zvyčajného hľadiska prírodnej filozofie na opis prírodných javov, s ktorými sa zaoberá kvantová mechanika. Pri každom experimente sa musíme vzdať jedného z dvoch aspektov fyzikálnych javov; tieto dva aspekty sa vzájomne dopĺňajú a ich spojenie je charakteristické pre klasickú fyziku. Voľnosť výberu medzi dvoma experimentálnymi postupmi znamená práve to, že sa musíme zastaviť pri jednom z postupov, umožňujúcim použitie jedného z dvoch dopĺňajúcich sa klasických pojmov...“

Podstata rozdielu medzi názormi EPR a Bohra je v tom, že EPR chápu dve priestorovo-oddelené časti, na ktoré sa nestabilná sústava rozpadla, ako dve nezávislé sústavy, zatiaľ čo Bohr ich obe zahŕňa do jediného „javu“. Podľa Bohra

<sup>268</sup> Prakticky by sa to dalo zariadiť nasledovne. Predpokladajme, že metastabilnú sústavu pripravíme v čase  $t = 0$  a že jej doba života je  $\tau$ . Pre  $t \gg r$  bude sústava prakticky s istotou už rozpadnutá. Ak prístroj  $SG_1$  umiestnime do veľkej vzdialenosti  $d_1$  od metastabilnej sústavy,  $d_1 \gg c\tau$ , potom je v časovom intervale  $\tau \ll t \ll d_1/c$  sústava už rozpadnutá, ale častica 1 ešte nedoletela do prístroja  $SG_1$ . Ak prístroj  $SG_1$  natáčame v tomto časovom intervale, robíme to už po rozpade sústavy a pred detekciou častice v  $SG_1$ .

nemožno potom o jednej z častíc-produktov rozpadu – hovoriť bez toho, aby sme hovorili aj o tom, čo sa meria na druhej častici.

Pokúsme sa teraz o podrobnejšiu charakterizáciu oboch stanovísk. Urobíme to vo forme diskusie medzi *OKI* (*obhajcom Kodanskej interpretácie*) a *OEPR* (*obhajcom EPR stanoviska*). Za názory OKI a OEPR nie sú samozrejme ani Bohr ani Einstein a spol. zodpovední. Diskusiu začne OKI tým, že podrobne opíše predpovede kvantovej mechaniky a vyloží stanovisko kodanskej interpretácie. OEPR nemá žiadnu podrobne rozpracovanú teóriu a bude pracovať ako kritik. Svoje stanovisko vyloží až ku koncu diskusie.

**OKI:** Podľa kvantovej mechaniky nie je na celom opísanom experimente nič zvláštneho. Spinová funkcia (1) je úplným opisom spinového stavu sústavy a možno z nej dostať predpovede pre všetky možné výsledky experimentov s meraním priemetov spinov. Experiment spočíva v tom, že SG1 natočíme do smeru  $\mathbf{n}_1$  a SG2 do smeru  $\mathbf{n}_2$ . V SG1 môžeme potom namerať priemet spinu na  $\mathbf{n}_1$  rovný  $+1/2$  alebo  $-1/2$ . Budeme hovoriť o spine „+“ a „-“. V SG2 je situácia analogická. Úlohou kvantovej mechaniky je predpovedať pre daný experiment, t. j. pre dané natočenie SG1, SG2 štyri čísla

$$P_{n_1 n_2}(+, +), P_{n_1 n_2}(+, -), P_{n_1 n_2}(-, +), P_{n_1 n_2}(-, -),$$

Prvé z nich určuje pravdepodobnosť pre to, že nájdeme „+“-priemety oboch spinov na smery  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  a podobné označenie používame aj pri ostatných výrazoch.

Nech pre určitost'  $\mathbf{n}_1$  leží v rovine  $(x, z)$  pričom odchýlka od osi  $z$  je daná uhlom  $\alpha_1$ , podobne  $\mathbf{n}_2$  leží v rovine  $(x, z)$  a odchýlka od smeru  $z$  je rovná  $\alpha_2$ .

Spinory odpovedajúce priemetu spinu „+“ a „-“ na smer  $\mathbf{n}_1$  sú

$$\chi_{n_1}(+) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_1}{2} \\ \sin \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_1 \quad \chi_{n_1}(-) = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_1 \quad (3)$$

kde index 1 označuje spinový stav prvej častice. Spinová vlnová funkcia dvojčasticovej sústavy, ktorá vznikla rozpadom metastabilného stavu je

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\} \quad (4)$$

Priemety spinu prvej častice na smer  $\mathbf{n}_1$  a priemety spinu druhej častice na smer  $\mathbf{n}_2$  odpovedajú dva komutujúce operátory (pôsobia na rôzne premenné) a amplitúda pre súčasné nameranie spinov „+“ pre prvú i druhú časticu je

$$\begin{aligned}
A_{n_1 n_2}(+, +) &= \chi_{n_1}^+(+) \otimes \chi_{n_2}^+(+) \psi = \\
&= \left( \cos \frac{\alpha_1}{2}, \sin \frac{\alpha_1}{2} \right)_1 \otimes \left( \cos \frac{\alpha_2}{2}, \sin \frac{\alpha_2}{2} \right)_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \right. \\
&\quad \left. - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2} - \sin \frac{\alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2}{2} \right\} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left( \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right)
\end{aligned}$$

Pravdepodobnosť  $P_{n_1 n_2}(+, +)$  je daná druhou mocninou absolútnej hodnoty tohto výrazu

$$P_{n_1 n_2}(+, +) = \frac{1}{2} \sin^2 \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad (5a)$$

Analogicky dostaneme aj

$$P_{n_1 n_2}(-, +) = P_{n_1 n_2}(+, -) = \frac{1}{2} \cos^2 \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad (5b)$$

$$P_{n_1 n_2}(-, -) = P_{n_1 n_2}(+, +) \quad (5c)$$

Ak nameriame v danom jednotlivom prípade hodnoty  $(+, +)$  bude po meraní dvojčasticová sústava v stave  $\chi_{n_1}(+)\chi_{n_2}(+)$  a podobne v ostatných troch prípadoch. Toto je úplná predpoveď kvantovej mechaniky pre daný experiment.

**OEPR:** V tomto opise mi chýba priestoročasový priebeh celého experimentu. Mohli by ste opísať z hľadiska ortodoxnej kvantovej mechaniky celý experiment ešte raz v usporiadaní, keď prístroj SG1 je o trochu bližšie k rozpadajúcemu sa metastabilnému stavu (MS) ako prístroj SG2, takže častica 1 dorazí k SG1 skôr ako častica 2 k prístroju SG2. Zaujímalo by ma najmä to, aký bude stav sústavy po meraní v SG1 a pred meraním v SG2.

**OKI:** Kvantová mechanika aj tu dáva jednoznačnú odpoveď. Pravdepodobnosť namerať v stave  $\psi$  danom rovnicou (1) priemet „+“ pre spin prvej častice v SG1 je rovná 1/2. Nebudem to počítat' podrobnejšie, vidno to z toho, že  $\psi$ , ktoré odpovedá nulovej hodnote celkového spinu je invariantné voči rotáciám a potom pravdepodobnosti pre nameranie priemetov spinu „+“ a „-“ pre prvú časticu v SG1 budú rovnaké. Ak v SG1 nameriame priemet spinu „+“ bude vlnová funkcia celej sústavy daná výrazom

$$C \chi_{n_1}(+) \otimes [\chi_{n_1}^+(+) \psi] \quad (6)$$

kde  $C$  je normovacia konštanta a vnútri hranatej zátvorky je skalárny súčin. Výraz v hranatej zátvorke rozpíšeme podrobnejšie a spočítame. Dostaneme

$$\begin{aligned} & \left( \cos \frac{\alpha_1}{2}, \sin \frac{\alpha_1}{2} \right)_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \cos \frac{\alpha_1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \sin \frac{\alpha_1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \end{aligned}$$

Po dosadení do (6) a výbere  $C = \sqrt{2}$  pre spinovú funkciu po nameraní „+“ v SG1 máme

$$\psi'_+ = \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_1}{2} \\ \sin \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \quad (7a)$$

Keby sme v SG1 namerali spin „-“ dostali by sme rovnakým postupom vlnovú funkciu

$$\psi'_- = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_1}{2} \\ \sin \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \quad (7b)$$

Lahko sa možno presvedčiť o tom, že pravdepodobnosť namerať v stave (7a) priemet spinu druhej častice do smeru  $\mathbf{n}_2$  rovný „+“ je

$$\left| \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_2}{2}, \sin \frac{\alpha_2}{2} \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \right|^2 = \sin^2 \left( \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right)$$

a po násobení 1/2 za meranie priemetu spinu prvej častice v SG1 dostaneme práve (5a), teda to isté čo sme dostali pri súčasnom meraní oboch priemetov spinu. Zmena stavu spinu častice 2 pri meraní spinu prvej častice je nutná na konzistentnosť schémy kvantovej mechaniky, inak by sme meraniami urobenými po sebe nedostali to isté ako súčasným meraním. Pri súčasnom meraní počítame amplitúdu (pozri text za rovnicou (4)) ako  $\chi_{n_1}^+(+) \chi_{n_2}^+(+) \psi$ . Pri postupnom meraní vykonáme vlastne najprv jeden a potom druhý skalárny súčin, teda  $\chi_{n_2}^+(+) [\chi_{n_1}^+(+) \psi]$ . Kvôli konzistentnosti musí byť výraz v hranatej zátvorke úmerný vlnovej funkcii druhej častice po prvom meraní.

**OEPR:** Vidím, že pre pravdepodobnosti  $P_{n_1 n_2}(+, +)$  atď. dostaneme to isté čo predtým. To, čo sa mi ale na Vašom výklade nepáči je toto. Porovnanie výsledkov (7a) a (7b) ukazuje jasne, že spinový stav častice 2 po meraní v SG1 a pred meraním v SG2 podstatne závisí od toho, čo sme namerali v SG1 pri meraní spinu častice 1. Navyše, po meraní priemetu na os  $n_1$  môže byť spinový stav častice 2

$$\text{bud' } \begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \quad \text{alebo} \quad \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_1}{2} \\ \sin \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2 \quad (8)$$

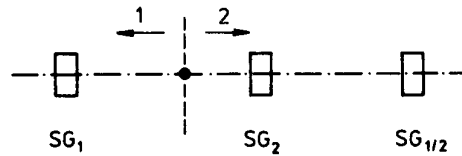
a tieto dve možnosti sú dané natočením prístroja SG1. Experiment pritom môže byť usporiadaný tak (to ešte prediskutujeme neskôr, zatiaľ si budeme v tomto bode veriť), že žiadny signál pohybujúci sa rýchlosťou menšou alebo rovnou rýchlosti svetla nemôže výsledok merania v SG1 oznámiť pozorovateľovi pri SG2 predtým, ako k nemu priletí častica 2. Podľa Vášho vysvetlenia zmeranie priemetu spinu v SG1 okamžite zmení spinový stav častice 2 a toto sa mi akosi nepáči. Zmena spinového stavu častice 2 meraním v SG1 je aj podľa Vás evidentná. Pred meraním v SG1 bol spinový stav častice 2 opísaný maticou hustoty, ktorá má v diagonále vždy 1/2 a mimo diagonály nuly a po meraní je to jeden z dvoch stavov (8).

**OKI:** Z môjho hľadiska na tom nie je nič neprirodzeného. S analogickými situáciami sa stretávame všade v kvantovej mechanike. Uvažujme napríklad meranie polohy jedinej častice v stave opísanom stavovou vlnovou funkciou  $\varphi(\mathbf{r})$ . Ak detektorom zaregistrujeme časticu v malom okolí istého bodu  $\mathbf{r}_0$ , vlnová funkcia sa zmení okamžite v celom priestore z  $\varphi(\mathbf{r})$  na  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r})$ , pričom  $\varphi(\mathbf{r})$  môže byť rôzne od nuly v obrovskej priestorovej oblasti, zatiaľ čo  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r})$  je lokalizované v malom okolí bodu  $\mathbf{r}_0$ . Keby  $\varphi(\mathbf{r})$  bolo vlnením nejakého reálneho prostredia potom by toto bolo naozaj neprirodzené, ale  $\varphi(\mathbf{r})$  nie je vlnením prostredia, je amplitúdou pravdepodobnosti. „Sťahovanie“  $\varphi(\mathbf{r})$  do okolia  $\mathbf{r}_0$  nie je fyzikálny proces, pri ktorom sa prenáša energia. Pre dve častice je to analogické. Ak sú v stave so stavovou vlnovou funkciou  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  potom po nameraní prvej častice v okolí  $\mathbf{r}_0$  sa pôvodná vlnová funkcia zmení na niečo ako  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r}_1) \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , kde  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r}_1)$  je lokalizovaná v malom okolí  $\mathbf{r}_0$ . Meranie prvej častice zmenilo stav druhej častice. S priemetmi spinov je to celkom rovnaké. Zmeranie spinu prvej častice mení spinový stav druhej častice.

**OEPR:** Zmeny stavovej vlnovej funkcie pri meraní jej polohy sa mi nikdy nepáčili. Kvantová mechanika hovorí, že lokalizácia častice pri meraní *tu* vedie k okamžitej zmene vlnovej funkcie *tam*. Nepáči sa mi to, ale o paradoxnosti tejto situácie by som Vás asi nepresvedčil, lebo pre každého z nás môže vlnová funkcia intuitívne znamenať niečo iného. Ak máme ale dve častice so spinom 1/2, a meranie spinu jednej častice *tu* zmení okamžite spinový stav druhej častice *tam*,

potom je to niečo, čo považujem naozaj za paradoxné. Teraz už meranie jednej reálnej veci (spinu) *tu* mení vlastnosti druhej reálnej veci (spinu) *tam* a to sa mi vidí neprirodzené.

**OKI:** Možno si nerozumieme v tom, čo chápeme pod pojmami *stav* a *vlastnosti*. Pre mňa sú to podstatne odlišné veci. Je pravdou, že v klasickej fyzike určenie stavu a určenie fyzikálnych veličín (t. j. fyzikálnych vlastností) je jedno a to isté. Ak poznám stav  $N$ -časticovej sústavy, t. j. súradnice a hybnosti všetkých častíc, potom poznám aj hodnoty všetkých fyzikálnych veličín sústavy. V kvantovej mechanike úplná informácia o stave vo všeobecnosti neumožňuje ešte hovoriť o hodnotách fyzikálnych veličín. Stav sústavy  $|\psi\rangle$  určuje len amplitúdy pravdepodobnosti pre nameranie určitých hodnôt fyzikálnych veličín. Kým neprevedieme merania nemôžeme vo všeobecnosti povedať, že systém má určité vlastnosti. Preto tiež nemôžeme zmenu spinového stavu častice 2 meraním v SG1 chápať ako zmenu vlastnosti častice 2. Keby totiž meranie v SG1 menilo *vlastnosti* častice 2 považoval by som to tiež za nekonzistentnosť. Ale takej nekonzistentnosti v kvantovej mechanike niet. Predstavme si, že namiesto prístroja SG2 mám dva prístroje SG2 a SG2', ktoré sú rovnako natočené, a častica 2 preletí cez SG2 a potom cez SG2'. Vzdialenosti od MS nech sú také, že najprv meriame v SG2, potom v SG1 a potom v SG2' (pozri obr. 17.2). Keby v tejto konfigurácii výsledok v SG2' závisel od výsledku v SG1 bolo by to aj z môjho hľadiska patologické.



Obr. 17.2. Meranie priemetov spinu častíc 1 a 2. Najprv častica 2 prechádza cez SG<sub>2</sub>, potom častica 1 cez SG<sub>1</sub> a napokon častica 2 prechádza cez SG<sub>2</sub>'

Predpokladajme, že pri dvojčasticovom spinovom stave (4) zmeriame v SG2 priemet na os  $n_2$  rovný „+“. Po tomto meraní je spinový stav dvojčasticovej sústavy

$$\begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_2}{2} \\ \cos \frac{\alpha_2}{2} \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_2}{2} \\ \sin \frac{\alpha_2}{2} \end{pmatrix}_2 \quad (9)$$

pričom označenie je rovnaké ako vyššie. Keď teraz v stave (9) meriame v SG1 hocijaký priemet spinu častice 1, nezmeníme tým spinový stav častice 2. Preto výsledok v SG2' nebude vôbec závisieť od výsledku v SG1 (pozri obr. 17.2) a žiadne nekonzistentnosti nevznikajú. Je to tým, že v stave (9) už je spinová

vlnová funkcia jednoduchým súčinom a nie superpozíciou takýchto súčinov ako v (4).

**OEPR:** Dobre, súhlasím s tým, že z Vášho hľadiska nemožno povedať, že meranie v SG1 mení „vlastnosti“ častice 2. Ale predsa len meranie v SG1 mení spinový stav častice 2. Mohli by ste bližšie vysvetliť, čo pod tým máte na mysli.

**OKI:** Stav častice 2 určuje amplitúdy pravdepodobnosti pre nameranie možných hodnôt fyzikálnych veličín častice 2. Zmena stavu častice 2 znamená zmenu týchto amplitúd. Na tom tiež nie je nič divného. Sústava skladajúca sa z častíc 1 a 2 je v stave, v ktorom sú stavy oboch častíc silne korelované. Ak nájdem 1 v určitom stave, potom to – vďaka tejto korelácii – musí zmeniť stav častice 2. Príčina tejto zmeny stavu častice 2 je v tom, že pôvodný stav zloženej sústavy obsahoval silné korelácie spinov 1 a 2.

**OEPR:** Vrátim sa trochu naspäť. Hovorili ste, že vo všeobecnosti nemôžeme hovoriť o určitých vlastnostiach sústavy ak poznáme jej stav (a neprevedieme meranie). Ale niekedy o vlastnostiach sústavy hovoriť môžeme. Nech napríklad vieme, že častica 2 sa nachádza v stave

$$\chi_{n_2(+)} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha_2}{2} \\ \sin \frac{\alpha_2}{2} \end{pmatrix}_2 \quad (10)$$

potom pri meraní priemetu spinu na smer  $\mathbf{n}_2$  určite nájdeme hodnotu „+“. Prečo by sme nemohli o častici v stave (10) povedať – aj bez merania – že má priemet spinu na os  $\mathbf{n}_2$  rovný „+“.

**OKI:** Áno, to by sme naozaj mohli povedať. Ale je dobre si uvedomiť, že je to dosť špeciálna situácia, lebo v stave (10) môžeme hovoriť o určitej hodnote priemetu spinu len ak ide o priemet na os danú uhlom  $\alpha_2$ . Pre priemet na žiadnu inú os to už neplatí.

**OEPR:** Predstavme si, teraz, že v stave (4) prevediem v SG1 meranie priemetu spinu na os  $\mathbf{n}_1$ , danú uhlom  $\alpha_1$ , a nájdem hodnotu „+“. Častica 2 bude po meraní v stave

$$\begin{pmatrix} -\sin \frac{\alpha_1}{2} \\ \cos \frac{\alpha_1}{2} \end{pmatrix}_2$$

a bude mať – v predchádzajúcom zmysle – priemet spinu na os  $\mathbf{n}_1$  rovný „-“. A túto informáciu som získal bez toho, že by som bol prevádzkal akékoľvek merania na častici 2.

**OKI:** Áno, na os  $n_1$  bude mať častica 2 určitý priemet spinu, ale pre žiadnu inú os už určitý priemet mať nebude.

**OEPR:** Teraz si predstavme, že sa rozhodnem inak a pred príchodom častice 1 natočím prístroj SG1 nie (-) do smeru  $n_1$ , ale do smeru  $n'_1$ . Povedzme, že name-riam tiež hodnotu „+“. Tak ako vyššie viem zas, že častica 2 má určitú hodnotu priemetu spinu na os  $n'_1$  a pritom som zas na častici 2 žiadne merania nerobil.

**OKI:** Áno, aj to je podľa môjho názoru pravda.

**OEPR:** Natočenie prístroja SG1 do určitého smeru ale môžem urobiť až po rozpade metastabilného stavu. Neznamená to podľa Vás, že môžem súčasne hovoriť o určitých hodnotách priemetov spinu častice 2 na os  $n_1$  i na os  $n'_1$ ?

**OKI:** Určite nie. Na danej častici môžem previesť iba jeden z dvoch spomínaných experimentov. A výsledky dvoch takýchto experimentov urobených pri dvoch rôznych rozpadoch identických metastabilných stavov nemôžem kombinovať do jediného obrazu sústavy. V tomto je to to isté, ako keby sme na jedno-časticovom stave s vlnovou funkciou  $\varphi(\mathbf{r})$  raz zmerali polohu a raz hybnosť častice a na tomto základe tvrdili, že častica „v skutočnosti“ má súčasne aj ostrú hodnotu hybnosti aj ostrú hodnotu súradnice. Váš argument je rafinovaný v tom, že ani v jednom prípade ste merania neprevádzali na častici 2, ale na častici 1, ktorá je od 2 priestorovo vzdialená. Z môjho hľadiska to ale na podstate argumentu nič nemení pretože častice 1 i 2 sú časťou jedinej sústavy a v rámci tejto sústavy sú častice 1 a 2 korelované, takže ich nemôžeme považovať za dve nezávislé pod-sústavy jedinej zloženej sústavy. Táto korelácia je aj podstatnou časťou Vášho argumentu – inak by ste z merania na častici 1 nemohli usúdiť nič o stave častice 2.

**OEPR:** Einstein sa k diskusii s Bohrom o EPR paradexe vrátil ešte viackrát a v roku 1949 formuloval svoje stanovisko celkom jasne<sup>269</sup>: „... Ale jedného predpokladu by sme sa mali, podľa môjho názoru, pridržať neochvejne: reálny, faktický stav sústavy nezávisí od toho, čo sa deje s druhou sústavou, ktorá je od uvažovanej priestorovo vzdialená.“

Narušuje kvantová mechanika túto Einsteinovu požiadavku (nazývanú tiež Einsteinovou separovateľnosťou)?

**OKI:** Po určitom upresnení možno tvrdiť, že kvantová mechanika skutočne naruša Einsteinovu požiadavku separovateľnosti – a to bez toho, aby vznikli akékoľvek nekonzistentnosti. Prvé upresnenie je v tom, že namiesto Einsteinovho termínu „reálny, faktický stav sústavy“ (ktorého obsah mi je nejasný) budeme hovoriť o kvantovomechanickom stave a namiesto o dvoch sústavách budeme hovoriť o dvoch podsústavách jedinej sústavy.

Zdá sa mi, že zmysel Einsteinovho termínu „reálny, faktický stav sústavy“ je intuitívne viazaný s klasickým chápaním stavu sústavy a pre takto chápané stavy

---

<sup>269</sup> Einstein, A.: Článok v knihe Albert Einstein – Philosopher – Scientist, editor P. A. Schilpp, Evanston, Illinois, 1949 (u nás dostupné v ruskom vydaní Einsteinových zohraných spisov).



by jeho požiadavka bola plne oprávnená. Nevidím ale dôvod, prečo by mala jeho požiadavka platiť i pre kvantovomechanické stavy.

Klasické chápanie pojmu „stav“ obsahuje skutočne intuitívny predpoklad o nezávislosti „stavu“ priestorovo vzdialených podsústav i predpoklad o existencii istých vlastností podsústav „an sich“, teda bez vzťahu k danému experimentu. Kvantovomechanický stav nemá vo všeobecnosti ani jednu z týchto vlastností. A to vidno už z diskusie oveľa jednoduchších situácií ako je EPR myšlienkový experiment.<sup>270</sup>

Pre Einsteina i pre Bohra, domnievam sa, existujú mikroobjekty celkom objektívne a nezávisle od nás. Ale status ich vlastností je iný. Pre Bohra a celú kodanskú interpretáciu môžeme o vlastnostiach mikroobjektov hovoriť len v kontexte určitého experimentu, zatiaľ čo Einsteinove termíny ako „reálny, faktický stav“ naznačujú existenciu vlastností mikroobjektov „an sich“. A v tom je koreň EPR paradoxu.

**OEPR:** Predsa len by som rád objasnil svoj pohľad na problém. Ak v súlade s požiadavkou Einsteinovej separovateľnosti žiadam, aby meranie priemetu spinu častice v SG1 neovplyvnilo „stav“ častice 2, potom dochádzam kombináciou dvoch experimentov s natočeniami SG2 prístrojov v smeroch  $n_1$  a  $n'_1$  k tomu, že častica 2 má zároveň ostrú hodnotu priemetov spinu na os  $n_1$  i na os  $n'_1$ . Kvantová mechanika existenciu takéhoto stavu nepripúšťa a odtiaľ usudzujem, že kvantová mechanika je neúplná teória. Predpokladám, že existujú akési „skryté parametre“ a pri určitej hodnote tohto skrytého parametra má častica 2 určitú ostrú hodnotu priemetu spinu i na os  $n_1$  i na os  $n'_1$ . Tieto parametre nepoznáme a nemáme ich pod kontrolou. Experimentálne výsledky vznikajú štatistickým ustrednením cez rôzne hodnoty skrytých parametrov. Predpokladám, že tieto výsledky by dali to isté, čo predpovede kvantovej mechaniky.

**OKI:** Z našej predchádzajúcej diskusie pripomínam len to, že podľa kvantovej mechaniky je Váš záver neoprávnený z dvoch dôvodov. Po prvé preto, že sa výsledky dvoch rôznych nekompatibilných experimentov kombinujú do jediného obrazu individuálneho javu a po druhé preto, že sa sústava skladajúca sa z dvoch korelovaných podsústav uvažuje ako dve izolované a nezávislé podsústavy.

Realizácia Vášho programu by, podľa mňa, viedla k teórii, ktorá by sa podstatne líšila od kvantovej mechaniky. A až po vybudovaní Vami obhajovanej alternatívnej teórie by sa jej predpovede dali porovnať s predpoveďami kvantovej mechaniky.

**OEPR:** Súhlasím s tým, že takáto alternatívna teória zatiaľ neexistuje a že pre ňu by bolo ťažké dosiahnuť vždy súhlas predpovedí s tým, čo predpovedá kvantová mechanika. Myslím si ale, že tomuto smeru by bolo žiaduce venovať

---

<sup>270</sup> Ak v experimente s interferenciou elektrónov alebo fotónov prechádzajúcich dvoma štrbinami neme-riame priamo ktorou štrbinou častica prešla, nemôžeme tvrdiť, že prešla jednou alebo druhou štrbinou. A ako ukazujú Jánossyho experimenty spred vyše 20 rokov, toto platí aj vtedy, keď interferujúce zväzky sú od seba priestorovo veľmi vzdialené.

pozornosť. Snáď by bolo vhodné zamerať sa najmä na korelácie priestorovo vzdialených častíc, kde je pohľad na problém z oboch strán podstatne odlišný.

**OKI:** Nemyslím si, že kvantová mechanika je konečným a definitívnym poznáním sveta. Určite bude časom nahradená hlbšou a úplnejšou teóriou a niektoré jej pojmy i zákony budú len priblížením k tej nasledujúcej teórii. A táto nová teória tiež určí oblasť platnosti kvantovej mechaniky. Ale nepredpokladám, že by tieto obmedzenia mali prísť z hlbšieho štúdia experimentov typu EPR. To že sústavám aj priestorovo vzdialeným môžeme priradiť určité hodnoty fyzikálnych veličín len v kontexte daného experimentu – a to je to, proti čomu sa EPR argument stavia – je presvedčivo potvrdené v mnohých iných experimentoch (interferencia na dvoch štrbinách, všetky interferenčné pokusy v optike s „deleným lúčom“ a pod.). Skôr by som čakal, že oblasť platnosti kvantovej mechaniky bude v budúcnosti vymedzená dajakými, zatiaľ neznámymi javmi na malých vzdialenostiach a pri vysokých energiách. Domnievam sa tiež, že nová teória nebude návratom ku klasickému opisu sústav „an sich“, a že obmedzenia zmyslu, v ktorom môžeme hovoriť o vlastnostiach mikroobjektov ostanú v platnosti, alebo sa ešte prehĺbia. Ale toto už sú len špekulácie a snáď bude lepšie skončiť diskusiu konštatovaním principiálnej rôznosti názorov oboch strán.<sup>271</sup>

Napokon ešte poznámku o súvise zmeny stavu pri meraní s otázkami kauzality. Experiment možno určite postaviť tak, že signál s výsledkom merania z SG1 stačí doraziť k pozorovateľovi v SG2 ešte pred meraním (častice 1 a 2 sa pohybujú s rýchlosťami oveľa menšími ako je rýchlosť svetla a SG1 je oveľa bližšie k MS ako SG2). Ale možno ho postaviť aj tak, že takýto prenos informácie je nemožný (častice 1, 2 sa pohybujú rýchlosťou svetla). Kvantová mechanika v oboch prípadoch predpovedá tie isté výsledky (5) pre korelácie spinov. Je teda jasné, že príčinou týchto korelácií nie je akési kauzálne ovplyvňovanie častice 2 pred jej meraním v SG2 signálom o výsledku merania častice 1 v SG1. Príčina korelácií priemetov spinov je len v špecifickom tvare stavu (1), v ktorom sú už korelácie možných meraní priemetov spinov 1, 2 obsiahnuté.

## 17.4 SKRYTÉ PARAMETRE. BELLOVE NEROVNOSTI

Stanovisko EPR stimulovalo úvahy o skrytých parametroch a viedlo i k niekoľkým neúspešným pokusom o vybudovanie takýchto teórií. Tieto pokusy spravidla nadväzovali na staršie myšlienky L. de Broglieho o bodovej (a vlastne klasickej) častici pohybujúcej sa pod vplyvom vodiaceho poľa (vo francúzštine l'onde pilote). Snahou týchto pokusov bolo len reprodukovat' niektoré výsledky kvantovej mechaniky.

---

<sup>271</sup> Autori sa poctivo priznávajú k tomu, že diskusia nebola písaná celkom objektívne, lebo zastávajú v podstate stanovisko OKI. Stanovisko EPR sme sa ale snažili prezentovať tiež neskrývaným spôsobom.

Skutočne novým pohľadom na problém skrytých parametrov boli Bellove práce, v ktorých sa ukázalo, že v prípade korelácií spinov každá teória so skrytými parametrami spĺňajúca požiadavku Einsteinovej separability nevyhnutne vedie k istým nerovnostiam. A podstatné je to, že predpovede kvantovej mechaniky tieto nerovnosti narušujú.

Tým sa diskusia o teóriách so skrytými parametrami dostala z oblasti filozofických úvah do oblasti dostupnej experimentálnym testom.

V tomto článku si po niekoľkých úvodných poznámkach o skrytých parametroch ukážeme odvodenie Bellových nerovností.

Vo svojej známej monografii<sup>272</sup> ([30] kap. IV. článok 2) von Neumann ukázal, že v rámci štandardnej kvantovej mechaniky nie sú možné stavy so skrytými parametrami. Presnejšie povedané: nie sú možné bezdisperzné stavy, t. j. stavy, v ktorých by všetky fyzikálne veličiny mali ostré hodnoty.

Základnú myšlienku dôkazu ilustrujme na príklade spinu elektrónu. Predpokladajme, že trom priemetom spinu na jednotlivé súradnicové osi odpovedajú operátory  $S_1, S_2, S_3$  a priemetu spinu na os danú jednotkovým vektorom  $\mathbf{n}$  odpovedá operátor  $S(\mathbf{n}) = S_1 n_1 + S_2 n_2 + S_3 n_3$ . Predpokladajme ďalej, že výsledkom merania môže byť iba vlastná hodnota príslušného operátora a že všetky operátory  $S(\mathbf{n})$  majú vlastné hodnoty  $\pm 1/2$ . Potiaľ sme boli stále v rámci štandardnej kvantovej mechaniky. Teraz urobme predpoklad o existencii skrytých parametrov. Istej hodnote  $\lambda$  takéhoto parametra odpovedá stav  $|\psi(\lambda)\rangle$ , pre ktorý musí súčasne platiť

$$S_1|\psi(\lambda)\rangle = a_1|\psi(\lambda)\rangle, \quad S_2|\psi(\lambda)\rangle = a_2|\psi(\lambda)\rangle$$

kde  $a_1, a_2$  môžu nadobúdať len hodnoty  $\pm 1/2$ . Priemetu spinu do smeru  $\mathbf{n}(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$  odpovedá ale operátor  $S' = (S_1 + S_2)/\sqrt{2}$  a pri jeho pôsobení na  $|\psi(\lambda)\rangle$  dostávame

$$S'|\psi(\lambda)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_1 + S_2)|\psi(\lambda)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + a_2)|\psi(\lambda)\rangle$$

Tento  $|\psi(\lambda)\rangle$  je vlastným vektorom  $S'$  a

$$a' = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + a_2)$$

je príslušnou vlastnou hodnotou. Žiadnym výberom  $a_1 = \pm 1/2, a_2 = \pm 1/2$  nemôžeme docieľiť, aby  $a' = 1/2$  alebo  $a' = -1/2$ , čím sa dostávame do sporu s predpokladmi.

Von Neumannov dôkaz, podobne ako predchádzajúca ilustrácia vychádzali z predpokladu: ak  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  sú dva hermitovské operátory odpovedajúce fyzikálnym veličinám, potom aj k hermitovskému operátoru  $a\mathbf{A} + b\mathbf{B}$ , kde  $a, b$  sú reálne čísla

<sup>272</sup> Von Neumannov dôkaz je pomerne náročný. Ľahšie čitateľnú analýzu problému možno nájsť v článku J. Albertsona: Amer. J. Phys. 29, 1961, s. 478

prislúcha určitá fyzikálna veličina. Bellova analýza<sup>273</sup> problému ukázala, že pri zavádzaní skrytých parametrov treba kvantovú mechaniku modifikovať a špeciálne treba modifikovať citovaný predpoklad. Príklad s meraním spinu však ukazuje, že takémuto predpokladu sa ťažko vyhnúť.

S pokusmi o formulácie teórií so skrytými parametrami sa v tejto učebnici nebudeme podrobnejšie zaoberať<sup>274</sup> a prejdeme rovno k Bellovým nerovnostiam.<sup>275</sup>

Uvažujme zas Bohmovu verziu EPR myšlienkového experimentu s rozpadom metastabilného stavu (MS) s nulovým spinom na dve častice so spinom 1/2. Usporiadanie experimentu je na obr. 17.1. Budeme uvažovať situáciu, keď každý z experimentátorov pri SG1 a SG2 môže natočiť svoj prístroj do jedného z troch smerov daných jednotkovými vektormi  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ . Všetky tri vektory ležia v rovine  $(x, z)$  a sú charakterizované uhlami  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , ktoré vektory  $\mathbf{n}_i$  zvierajú s osou  $z$ . Výsledky experimentu budú charakterizované veličinami typu  $P_{n_1 n_2}(+, +), P_{n_1 n_2}(+, -)$  atď. Prvá z týchto veličín udáva pravdepodobnosť toho, že pri natočení SG1 do smeru  $\mathbf{n}_1$  a SG2 do smeru  $\mathbf{n}_2$  nájdu obaja experimentátori priemet spinu „+“.

Predpokladajme teraz, že teória so skrytými parametrami je správna. To znamená, že po rozpade MS sú spinové stavy častíc 1 i 2 charakterizované určitou hodnotou skrytého parametra a tým aj určitými hodnotami priemetu spinu na smery  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$  v oboch SG prístrojoch. Schematicky je to znázornené v tabuľke

	SG1			SG2			
	$\mathbf{n}_1$	$\mathbf{n}_2$	$\mathbf{n}_3$	$\mathbf{n}_1$	$\mathbf{n}_2$	$\mathbf{n}_3$	
$\lambda$ :	+	-	+	-	+	+	(1)
$\lambda'$ :	+	+	-	-	-	+	
$\lambda''$ :	-	-	+	+	+	-	

Prvý riadok v tabuľke hovorí, že pri hodnote  $\lambda$  skrytého parametra nameriame s určitosťou v SG1 pri natočení do smeru  $\mathbf{n}_1$  priemet „+“, pri natočení do smeru  $\mathbf{n}_2$  priemet „-“, pri natočení do  $\mathbf{n}_3$  priemet „+“ a zároveň pri tom istom individuálnom rozpade nameriame v SG2 prístroji natočenom do smeru  $\mathbf{n}_1$  priemet „-“, atď. Podobne v druhom riadku máme vypísané výsledky, ktoré by sme dostali v SG2, SG2 pri rôznych natočeniach pri hodnote skrytého parametra rovnjej  $\lambda'$ .

Kvantová mechanika jednoznačne hovorí, že pri rovnobežných smeroch natočenia SG1 a SG2 existuje absolútna korelácia. Ak SG1 nameria priemet „+“, SG2

<sup>273</sup> J. S. Bell: Revs. Mód. Phys. 38. 1966, s. 447.

<sup>274</sup> Prehľad možno nájsť napr. v prácach: Bohm, D. – Bub J.: Revs. Mod. Phys. 38, 1966, s. 470. Friestadt H.: Nuovo Cim. Suppl. 5, 1957, s. 1., Gudder S. P.: J. Math. Phys. 11, 1970, s. 431, Bell J. S.: in Foundations of Quantum Mechanics. Proc. Int. School „Enrico Fermi“, Course 49, Academic Press, New York 1971, editor B. d'Espagnat. d'Espagnat: Conceptual Foundations of Quantum Mechanics. Reading, Mass., Benjamin 1976.

<sup>275</sup> Bell, J. S.: Physics. 1, 1965, s. 195. Clauser, J. F. a spol.: Phys. Rev. Lett. 23, 1969, s. 880. Wigner, E. P.: Amer. J. Phys. 38, 1970, s. 1005. D'Espagnat, B.: Scientific American. Nov. 1979, s. 158.

musí namerat' priemet „-“. Pre prvý riadok schémy táto podmienka nie je splnená pri natočení v smere  $n_3$ , pre druhý a tretí riadok už je splnená. V ďalšom budeme predpokladať, že aj teória so skrytými parametrami spĺňa túto požiadavku a povolíme len stavy, ktoré ju spĺňajú.<sup>276</sup> Potom už nemusíme údaje pod SG2 v schéme (1) ani vypisovať, ľahko si ich skonštruujeme podľa toho, čo nájdeme pod SG1. Označme teraz symbolom  $p(+, -, +)$  pravdepodobnosť toho, že parameter  $\lambda$  nadobúda hodnotu, pri ktorej v SG1 pri natočení v smere  $n_1$  s určitosťou nájdeme „+“, v smere  $n_2$  s určitosťou „-“ a v smere  $n_3$ , s určitosťou „+“.

Pravdepodobnosť pre to, že pri natočení SG1 v smere  $n_1$  nájdeme „+“ a zároveň pri natočení SG2 do smeru  $n_2$  nájdeme tiež „+“ bude

$$P_{n_1 n_2}(+, +) = p(+, -, +) + p(+, -, -)$$

analogicky máme

$$P_{n_2 n_3}(+, +) = p(+, +, -) + p(-, +, -)$$

Odtiaľ ľahko dostaneme Bellovu nerovnosť

$$P_{n_1 n_3}(+, +) \leq P_{n_1 n_2}(+, +) + P_{n_2 n_3}(+, +) \quad (2)$$

Táto nerovnosť ale protirečí výsledkom kvantovej mechaniky. Skutočne, podľa (3.5) máme

$$P_{n_1 n_3}(+, +) = \frac{1}{2} \sin^2 \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad \text{atď.} \quad (3)$$

a nerovnosť (2) po dosadení výrazov (3) nadobúda tvar

$$\sin^2 \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{2} \right) \leq \sin^2 \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{\alpha_2 - \alpha_3}{2} \right) \quad (4)$$

Vyberme napríklad  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 45^\circ$ ,  $\alpha_3 = 90^\circ$ . Na ľavej strane máme 0,5 na pravej dvakrát  $(0,3827)^2$  a nerovnosť (4) bude

$$0,5 \leq 0,293$$

čo zrejme nie je pravda. Evidentné je narušenie (4) pri malých rozdieloch  $\alpha_1 - \alpha_2$ ,  $\alpha_2 - \alpha_3$ , kde  $\sin x \approx x$ . Pri  $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$  by sme v tomto priblížení mali zo (4)

<sup>276</sup> Teórie, ktoré túto požiadavku nespĺňajú sú vyvrátené výsledkami mnohých, už dávno vykonaných experimentov.

$$(\alpha_3 - \alpha_1)^2 \leq (\alpha_3 - \alpha_2)^2 + (\alpha_2 - \alpha_1)^2$$

a to pri kladných  $(\alpha_3 - \alpha_2)$  i  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  určite nie je pravda.

Výsledky možno jednoducho zhrnúť. Teórie so skrytými parametrami spĺňajúce Einsteinovu podmienku separability<sup>277</sup> vedú pre korelácie meraní dvoch priemetov spinu k nerovnostiam (2), ktoré sú narušené predpoveďami kvantovej mechaniky. Podobné nerovnosti možno odvodiť tiež pre korelácie polarizácií dvoch fotónov pochádzajúcich z rozpadu pozitronia (nestabilného viazaného stavu elektrónu a pozitronu) a korelácie polarizácie fotónov pri kaskádnom rozpade metastabilných stavov atómov. Aj tu sú nerovnosti typu (2) v rozpore s predpoveďami kvantovej mechaniky.

Z predchádzajúceho teda vidno, že teórie so skrytými parametrami by pre korelácie spinov nutne museli viesť k výsledkom odlišným od predpovedí kvantovej mechaniky (3). Medzi pokusmi o teórie so skrytými parametrami a kvantovou mechanikou možno preto rozhodnúť na základe experimentu. V tom treba vidieť hlavný výsledok Bellových prác. Pozoruhodné je najmä to, že experiment môže rozhodnúť, hoci žiadna dôsledná teória so skrytými parametrami nebola zatiaľ vybudovaná. Snažiť sa o podrobnejšie vybudovanie takejto teórie by však malo zmysel iba vtedy, keby experimenty hovorili v prospech teórií so skrytými parametrami, alebo keby sa niekde ukázali odchýlky od predpovedí kvantovej mechaniky.

Táto situácia prirodzene, stimulovala experimentálne štúdium korelácií spinov v rozpadoch nestabilných sústav.

Jedným z prvých experimentov tohto typu bolo štúdium korelácií fotónov v kaskáde  $6^1S_0 \rightarrow 4^1P_1 \rightarrow 4^1S_0$  atómu vápnika. Autori<sup>278</sup> zhodnotili výsledky nasledovne: „... Zovšeobecnenie Bellových nerovností ukazuje, že existencia lokálnych<sup>279</sup> skrytých parametrov vedie k obmedzeniam na korelácie polarizácií fotónov, ktoré protirečia predpoveďiam kvantovej mechaniky. Naše výsledky, v súhlase s kvantovou mechanikou narušujú tieto obmedzenia s vysokou štatistickou presnosťou a poskytujú tak silnú evidenciu proti lokálnym teóriám so skrytými parametrami.“<sup>280</sup>

<sup>277</sup> Einsteinova podmienka separability žiada, aby spinový stav častice 2 nebol ovplyvnený meraním vykonaným na (priestorovo vzdialenej) častici 1. V teórii so skrytým parametrom je táto požiadavka splnená, lebo spinový stav oboch častíc (presnejšie: hodnoty priemetov ich spinov do smerov  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ ) je v každom individuálnom rozpade presne daný hodnotou skrytého parametra. Meranie urobené na častici 1 nemení nič na spinovom stave častice 2. Z diskusie medzi OEPR a OKI v predchádzajúcom článku by ale malo byť jasné, že obsah pojmu „stav“ v kvantovej mechanike a v stanovisku EPR (v podstate totožnom so stanoviskami autorov všetkých pokusov o teórii so skrytými parametrami) je podstatne odlišný.

<sup>278</sup> Freedman, S. J. – Clauser, J. F.: Phys. Rev. Letters 28, 1972, s. 938.

<sup>279</sup> To znamená: spĺňajúcich Einsteinovu podmienku separability.

<sup>280</sup> Ďalšie experimenty len potvrdili toto konštatovanie. Prehľad výsledkov možno nájsť v d'Espagnat, B.: Scientific American. Nov. 1979, s. 158. Najnovší experiment je opísaný v práci Aspect, A. – Grangier, P. – Roger, G.: Phys. Rev. Lett. 47, 1981, s. 460.

Tieto výsledky vyšli ďaleko za rámec diskusie EPR s N. Bohrom v tridsiatych rokoch. Einstein nespochybňoval výsledky kvantovej mechaniky, ale skôr vyjadroval presvedčenie o tom, že tie isté výsledky možno dostať v teórii, ktorá by spĺňala jeho podmienku separovateľnosti. Bellove nerovnosti a experimentálne výsledky o koreláciách polarizácií však ukázali, že lokálne teórie so skrytými parametrami protirečia experimentu. Einsteinov program o nahradení kvantovej mechaniky lokálnou teóriou so skrytými parametrami sa ukázal ako protirečiaci experimentu.

Zostala už len alternatíva – buď kvantová mechanika alebo nelokálna (a zrejme aj akauzálna) teória so skrytými parametrami.

Experimentálne práce stimulované Bellovými nerovnosťami majú aj svoju pozitívnu stránku – boli v nich presvedčivo potvrdené veľmi špecifické predpovede kvantovej mechaniky.

## 17.5 PARADOX SCHRÖDINGEROVEJ MAČKY

Bohrova interpretácia kvantovej mechaniky vždy rozlišuje medzi mikrosústavou (atóm, elektrón, molekula atď.) opisovanou kvantovou mechanikou a meracím prístrojom opisovaným klasickým jazykom. Problém je ale v tom, že veľkosť uvažovaných sústav môžeme zväčšovať prakticky spojitým, prechádzajúc postupne k väčším a väčším molekulám, alebo k sústavám molekúl a ďalej cez mikroorganizmy k väčším a väčším organizmom, alebo väčším a väčším telesám. Takto by sme od kvantovomechanického opisu mali postupne prejsť (cez vydelenie istých makroskopických premenných) ku klasickému opisu veľkých sústav. Teória takéhoto postupného prechodu zatiaľ nejestvuje, hoci bolo urobených niekoľko pokusov.<sup>281</sup>

Priame a nekritické použitie kvantovej mechaniky k makroskopickým telesám vedie k prekvapujúcim záverom, dobre reprezentovaným tzv. paradoxom Schrödingerovej mačky.<sup>282</sup> Predstavme si nasledujúcu situáciu. Mačka je uzavretá v oceľovej nádobe, v ktorej je Geigerova trubica a nádoba s otravným plynom. V trubici sa nachádza rádioaktívny atóm s polčasom rozpadu 1 h. Pri rozpade atómu impulz vznikajúci v Geigerovej trubici otvorí uzáver na nádobe s plynom a usmrť mačku. Po uplynutí 1 h bude sústava v stave

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \{ |II\rangle + |III\rangle \} \quad (1)$$

<sup>281</sup> Jauch, J. M.: *Helvetica Phys. Acta* 37, 1964, s. 293. Jauch, J. M.: *Foundations of Quantum Mechanics*. New York, 1968. Danen, A. a spol.: *Nucl. Phys.* 1962, s. 297. *Nuovo Cimento* 44B, 1966, s. 119. George, C. – Prigogine, I. – Rosenfeld, L. *Kong. Dansk. Vid. Selskab. Mat.-Fys. Medd.* 38, 1972, s. 12. Prosperì, G. M.: článok v knihe *Foundations of Quantum Mechanics*. New York, 1971, editor B. D'Espagnat.

<sup>282</sup> Schrödinger, E. *Naturwissenschaften* 23, 1935.

ktorý je superpozíciou stavov  $|II\rangle$  a  $|III\rangle$ , pričom v stave  $|II\rangle$  sa atóm ešte nerozpadol a mačka je živá a v stave  $|III\rangle$  je atóm rozpadnutý a mačka mŕtva. Paradox je v tom, že v bežnom jazyku by každý povedal, že mačka je buď mŕtva, buď živá. Toto v kvantovej mechanike by odpovedalo matici hustoty

$$\rho = \frac{1}{2} \{ |II\rangle \langle II| + |III\rangle \langle III| \} \quad (2)$$

ale jednoznačný výsledok formalizmu kvantovej mechaniky je (1) a nie (2)

Treba zdôrazniť, že paradox nevedie k nesúhlasu s experimentom, pretože pri otvorení nádoby nájdeme podľa (1) i podľa (2) živú mačku s pravdepodobnosťou  $1/2$ . Superpozícia dvoch stavov „živá mačka“ a „mŕtva mačka“ však pôsobí neprirodzene.

Zjednodušenie, ktoré sa tu použilo, spočíva v tom, že živá mačka je reprezentovaná jediným čistým stavom  $|II\rangle$  a mŕtva mačka podobným čistým stavom  $|III\rangle$ . Bez teórie sústav veľkého počtu častíc sa k oprávnenosti týchto predpokladov nemožno kriticky vyjadriť.

Paradox Schrödingerovej mačky naznačuje, že z hľadiska „bežného zdravého rozumu“ je neprirodzené používať kvantovú mechaniku na opis makroskopických telies. Vo filozofickej terminológii ide o problém ontologického statusu makroskopických telies.

Poznamenajme ešte, že z hľadiska Bohrovej interpretácie je tu všetko v poriadku, mačka tu totiž slúži ako prístroj merajúci rozpad atómu a ako merací prístroj má byť opisovaná od začiatku do konca klasicky.

## 17.6 PROBLÉM MERANIA

V Bohrovej interpretácii je kvantová mechanika síce perfektne logicky konzistentnou teóriou, ale nie je univerzálna. Kvantová mechanika opisuje sústavy nie „samé o sebe“, ale v rámci interakcie s prístrojmi, ktoré pripravujú jednotlivé kvantové stavy a zaznamenávajú výsledky merania. V tomto zmysle je kvantová mechanika akosi „ponorená“ do klasickej fyziky.

Viacerí fyzici sa pokúsili o interpretáciu, v ktorej by kvantová mechanika bola univerzálnou teóriou. Táto úloha ale nie je jednoduchá. V prvom rade treba opísať aj meracie prístroje pomocou kvantovej mechaniky a potom treba opísať kvantovomechanicky i interakciu mikrosústavy s kvantovomechanicky opísaným prístrojom. Podľa názoru autorov sa tento problém doteraz nepodarilo uspokojivo vyriešiť a príliš zjednodušené riešenia vedú rýchlo k ťažkostiam.

Najprv tu opíšeme veľmi idealizovanú situáciu, ktorá jasne ilustruje problém a potom spomenieme ťažkosti, ktoré by pri uspokojivom riešení problému bolo treba riešiť.



## Idealizovaný opis merania

Nech mikrosústava (častica), o ktorú sa zaujímame, môže byť len v dvoch kvantových stavoch opísaných vlnovými funkciami  $\varphi_1, \varphi_2$  (napr. spin hore a spin dolu). Merací prístroj budeme opisovať pomocou kvantovej mechaniky a budeme žiadať, aby mal (aspoň) tri možné stavy  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$ . Stav  $\psi_0$  nech označuje začiatkový (nulový) stav prístroja pred interakciou s mikrosústavou. Ak častica je v stave  $\varphi_1$ , potom pri interakcii s ňou prechádza prístroj do stavu  $\psi_1$  a podobne ak je častica v stave  $\varphi_2$  prejde merací prístroj do stavu  $\psi_2$ . Pri interakcii častice a prístroja teda platí

$$\varphi_1 \psi_0 \rightarrow \varphi_1 \psi_1 \quad (1)$$

$$\varphi_2 \psi_0 \rightarrow \varphi_2 \psi_2$$

Na ľavej strane máme stav pred interakciou, na pravej po nej. Šípka označuje vývoj stavu zloženej sústavy pri interakcii. Predpokladá sa, že tento proces je opísaný Schrödingerovou rovnicou a teda lineárnym unitárnym operátorom takže máme

$$\varphi_1 \psi_0 \rightarrow \varphi_1 \psi_1 = U \varphi_1 \psi_0 \quad (2)$$

$$\varphi_2 \psi_0 \rightarrow \varphi_2 \psi_2 = U \varphi_2 \psi_0$$

Táto lineárnosť je nanajvyš podstatná a je zodpovedná za ťažkosti s problémom merania.

Nech sa teraz sústava pred meraním nachádza v stave  $\alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2$ , ktorý je superpozíciou stavov  $\varphi_1, \varphi_2$ . Prístroj je pred meraním zas v stave  $\psi_0$ . Pretože meranie je opísané lineárnou SchR dostaneme po meraní príslušnú superpozíciu stavov

$$(\alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2) \psi_0 \rightarrow U[\alpha_1 \varphi_1 \psi_0 + \alpha_2 \varphi_2 \psi_0] = \alpha_1 \varphi_1 \psi_1 + \alpha_2 \varphi_2 \psi_2 \quad (3)$$

Ako výsledok merania sme teda dostali superpozíciu dvoch (makroskopických) stavov meracieho prístroja. To je ale zle, lebo pravá strana v (3) neodpovedá vykonanému meraniu. Ak napríklad  $\psi_1$  odpovedá stavu prístroja, keď ručička ukazuje 1 a  $\psi_2$  odpovedá stavu s ručičkou 2, potom pravá strana v (3) odpovedá superpozícii stavov s ručičkami v rôznych polohách.

Vykonanému meraniu by mal odpovedať nie čistý stav (3), ale matica hustoty

$$\rho = |\alpha_1|^2 P[\varphi_1 \psi_1] + |\alpha_2|^2 P[\varphi_2 \psi_2] \quad (4)$$

kde  $P[\varphi_1 \psi_1], P[\varphi_2 \psi_2]$  sú projekčné operátory na stavy zloženej sústavy a môžeme

ich zapísať ako

$$P[\varphi_1 \psi_1] = |\varphi_1 \psi_1\rangle \langle \varphi_1 \psi_1| \quad (5)$$

$$P[\varphi_2 \psi_2] = |\varphi_2 \psi_2\rangle \langle \varphi_2 \psi_2|$$

Matica hustoty (4) označuje príslušnosť zloženej sústavy k štatistickému súboru a hovorí, že zložená sústava sa s pravdepodobnosťou  $|\alpha_1|^2$  nachádza v (čistom) stave  $\varphi_1 \psi_1$  a s pravdepodobnosťou  $|\alpha_2|^2$  v stave  $\varphi_2 \psi_2$ . Prístroj má teda s pravdepodobnosťou  $|\alpha_1|^2$  ručičku v polohe 1 a s pravdepodobnosťou  $|\alpha_2|^2$  ručičku v polohe 2. Inak povedané, matica hustoty (4) ukazuje, že pri meraní mikrosústavy v stave  $\alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2$  príde s pravdepodobnosťou  $|\alpha_1|^2$  k redukcii vlnovej funkcie do stavu  $\varphi_1$ , a s pravdepodobnosťou  $|\alpha_2|^2$  do stavu  $\varphi_2$ . Toto je presne to, čo predpovedá kvantová mechanika pri meraní veličiny, ktorej vlastné funkcie sú  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ .

Je ale oprávnené podozrenie, že do ťažkostí sme prišli preto, že opis meracieho prístroja tu bol príliš idealizovaný. Najjednoduchšia zmena je v tom, že budeme predpokladať, že prístroj je pred meraním nie v čistom stave  $\psi_0$ , ale v stave opísanom maticou hustoty. Von Neumann a Wigner<sup>283</sup> ale ukázali, že toto nezachráni situáciu a namiesto diskusie tohto výsledku nám bude stačiť i predchádzajúca jednoduchšia situácia.

Poznamenajme hneď, že merací prístroj s možnými kvantovými stavmi  $\psi_0, \psi_2, \psi_3$  by sme mohli ďalej merať iným prístrojom so stavmi, povedzme  $\xi_0, \xi_2, \xi_3$ , ale problém by sa vôbec nezmenil. Platilo by

$$\psi_1 \xi_0 \rightarrow \psi_1 \xi_1 = V \psi_1 \xi_0 \quad (6)$$

$$\psi_2 \xi_0 \rightarrow \psi_2 \xi_2 = V \psi_2 \xi_0$$

kde šípka označuje zmenu stavu pri interakcii oboch prístrojov a  $V$  je lineárny, unitárny operátor opisujúci túto interakciu.

### Von Neumannova a Wignerova interpretácia zjednodušeného opisu merania

Predchádzajúci opis procesu merania bol príliš zjednodušený – o tom ešte bude reč. Ak ho ale zoberieme ako realistický, potom prichádzame takmer nevyhnutne k záverom, ku ktorým prišiel von Neumann a obhajoval ich aktívne Wigner.

Podľa von Neumanna je kvantová mechanika univerzálne platnou ale dualistickou teóriou. Zmena stavu pri meraní nie je opísaná Schrödingerovou rovnicou,

<sup>283</sup> Wigner, E. P.: Amer. J. Phys. 31, (1963), s. 6. Fine, A.: Phys. Rev. D2, 1970, s. 2783 a literatúra tam citovaná.

ale prebieha podľa odlišného zákona. Von Neumann predpokladá, že redukcia vlnovej funkcie, t. j. prechod z ľavej strany (3) na pravú stranu (4) prebieha pri akte vnímania stavu sústavy vedomím pozorovateľa. Túto subjektivistickú interpretáciu je ťažké udržať, jednak preto, že pri známych metódach vznikajú permanentné a úplne objektívne záznamy výsledkov experimentu<sup>284</sup> (škvryny na fotografických platniach, stopy častíc v bublinových a hmlových komorách, poklesy napätia na kondenzátoroch v Geigerových počítačoch a pod.) a jednak preto, že zatiaľ niet nijakých náznakov toho, že by vedomie bolo vybavené zvláštnou schopnosťou robiť redukciu stavu. Navyše pri takejto subjektivistickú interpretácii vznikajú ťažkosti s vysvetlením redukcie v prípade, keď jeden merací prístroj obzerajú dvaja pozorovatelia. Ťažkosti ortodoxnej von Neumannovej interpretácie sú podrobnejšie prediskutované v článku Shimonyho.<sup>285</sup>

U von Neumanna je vedomie pozorovateľa pri meraní nevyhnutné. Nie je ale celkom jasné, čo treba ešte ďalej zahrnúť do pojmu „pozorovateľ“. Keď napr. pozorujeme fotografickú platňu, môžeme (ale nemusíme) zahrnúť oko k pozorovateľovi. Von Neumannova teória nepriamych meraní<sup>286</sup> ukazuje, že výsledky nezávisia od toho, kde presne vedieme hranicu medzi mikrosústavou a „pozorovateľom“.

Táto otázka sa ale vyskytuje aj v Bohrových a v Heisenbergových prácach o interpretácii kvantovej mechaniky. U Bohra je prístroj vždy opísaný klasicky a meraná sústava kvantovomechanicky. Pri zložitejšom procese (alebo zložitejšom prístroji) nie je však jasné, čo sa ešte má opisovať kvantovomechanicky a čo už klasicky. Von Neumannov „pozorovateľ“ je takto subjektivistickým analógom Bohrovho klasicky opísaného meracieho prístroja. Ukazuje sa potom, že hranicu medzi mikrosústavou opísanou kvantovou mechanikou a vonkajším svetom opísaným klasicky môžeme síce ľubovoľne posúvať, ale nemôžeme ju odstrániť.<sup>287</sup>

Klasickou ukážkou problému je paradox Schrödingerovej mačky diskutovaný v predchádzajúcom článku a na riešenie problému merania je zrejme nutný realistický opis makroskopických telies (pozri práce citované na konci predchádzajúceho článku).

---

<sup>284</sup> Treba spravodlivo priznať, že pre zástancu ortodoxnej (von Neumannovej) interpretácie je tento dôvod nepresvedčivý. Podľa neho sa platňa nachádza v superpozícii stavov až do tej doby, kým nepríde pozorovateľ a kým jeho vedomie nevykoná redukciu stavu. Toto je ale filozoficky neudržateľné stanovisko, ktoré nie je ďaleko od tvrdenia, že strom neexistuje, ak sa naň práve nepozerám.

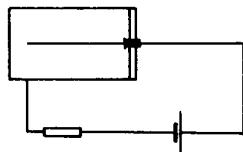
<sup>285</sup> Shimony, A.: Amer. J. Phys. 31, 1963, s. 755.

<sup>286</sup> Naznačili sme ju vyššie, keď sme predpokladali, že prvý merací prístroj opísaný kvantovomechanicky, je sledovaný (pozorovaný) druhým, rovnako opísaným, prístrojom.

<sup>287</sup> Posúvanie hranice medzi mikrosústavou a meracím prístrojom sa niekedy nazýva aj psychofyzikálnym paralelizmom a o samotnej hranici sa občas hovorí ako o Heisenbergovom reze.

## Problémy kvantovomechanického opisu meracích prístrojov

Skutočné meracie prístroje – aj tie najjednoduchšie – sú veľmi zložité makroskopické systavy, ktoré majú niekoľko špecifických vlastností. Pre určitosť si tu pripomeňme Geigerov-Müllerov počítač, znázornený schematicky na obr. 17.3.



Obr. 17.3

Počítač je vlastne nádobou naplnenou plynom. V osi nádoby je kovová anóda a plášť je katódou. Keď nabitá častica prechádza cez nádobu obsahujúcu plyn, ionizuje niektoré neutrálne atómy či molekuly. Vonkajšie elektrostatické pole urýchľuje elektróny, ktoré vznikli pri ionizácii a tieto elektróny ionizujú ďalšie neutrálne atómy. Vzniká reťazová reakcia a počítač „šťukne“. Niektoré vlastnosti tohto meracieho prístroja, zväčša spoločné aj ďalším prístrojom sú nasledujúce:

- a) sústava je makroskopická,
- b) sústava je pôvodne v metastabilnom stave. Vidno to z toho, že primárna ionizácia môže vzniknúť i zrážkou dvoch atómov a vtedy počítač „zapracuje“ aj bez toho, aby nádobou prešla zvonku nabitá častica,
- c) makroskopická zmena je spôsobená zosilnením reťazovou reakciou,
- d) proces je ireverzibilný; keď počítač pracuje, uvoľňuje sa Joulovo teplo prechodom prúdu cez odpor,
- e) sústava nie je uzavretá; jednak preto, že napätie na elektródach je udržiavané vonkajším zdrojom a jednak preto, že Joulovo teplo je odoberané okolím. Toto platí pri makroskopických telesách celkom všeobecne, pretože rozdiely medzi energetickými hladinami sú v nich malé a nedá sa zaručiť tak dokonalá izolácia, aby tepelné žiarenie nespôsobovalo prechody medzi blízkymi energetickými hladinami. Ktoré z týchto vlastností majú podstatnú, či rozhodujúcu úlohu pri kvantovomechanickom opise procesu merania bude možné posúdiť až potom, keď sa podarí skonštruovať matematické modely procesu merania. Neizolovanosť meracích prístrojov bola zdôraznená v práci Zeha<sup>288</sup>, ich makroskopičnosť – modelovaná nekonečnosťou systému, napríklad v prácach Heppa a Bónu.<sup>289</sup> Problém ale nemožno považovať za uzavretý.

<sup>288</sup> Zeh, H. D.: Foundations of Physics. 1, 1970, s. 69.

<sup>289</sup> epp, K.: Helv. Phys. Acta 45, s. 237 (1972). Bóna, P.: Acta Phys. Slov. 27, s. 101 (1977).